

# **Informe sobre la estabilidad y consolidación de los templete de la torre del reloj de la catedral de Santiago de Compostela**

por:  
**Santiago Huerta Fernández**

DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS DE EDIFICACIÓN  
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA  
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

Arzobispado de Santiago de Compostela.  
Catedral de Santiago de Compostela

Madrid, noviembre de 2011

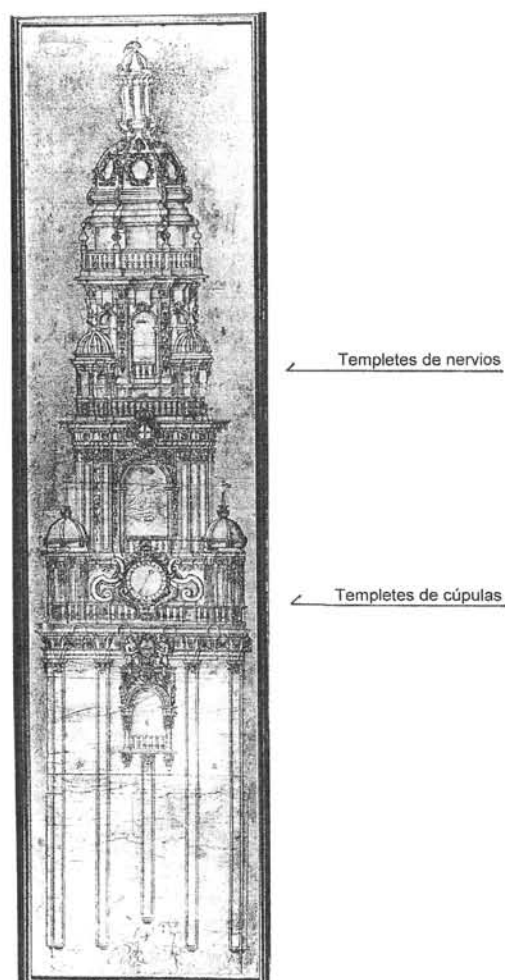
## Índice

1. Introducción: Objetivo del informe .....	1
2. Marco teórico: enfoque del equilibrio de Heyman .....	2
2.1 El material: hipótesis del análisis límite .....	2
2.2 Condición de estabilidad; seguridad .....	2
2.3 Teorema Fundamental; límite inferior del coeficiente de seguridad .....	3
2.4 Movimientos y grietas .....	3
2.5 Elementos pétreos trabajando a tracción o flexión .....	4
3. Estado actual y seguridad de los templete de la Torre del Reloj .....	6
3.1 Templete superiores con cúpula abierta de nervios .....	6
3.1.1 Descripción .....	6
3.1.2 Daños estructurales .....	9
Daños en los pináculos .....	10
Daños en los nervios .....	12
3.1.3 Análisis estructural .....	13
Peso propio .....	14
Nervios rotos .....	15
Viento .....	19
3.2 Templete superiores con media naranja de sillería .....	23
3.2.1 Descripción .....	23
3.2.2 Daños estructurales .....	23
3.2.3 Análisis estructural .....	28
3.2.4 Propuesta de intervención. Colocación de zunchos .....	34
Cálculo del zuncho .....	34
Colocación del zuncho. Disposiciones constructivas .....	36
4. Conclusiones y propuestas de intervención .....	39
4.1 Templete superiores .....	39
4.2 Templete inferiores .....	39
5. Bibliografía .....	41
6. Láminas .....	43

## 1. Introducción: Objetivo del informe

El objetivo del informe es estudiar la seguridad de los templete de las esquinas de la torre del Reloj de la catedral de Santiago de Compostela y, en su caso, proponer medidas de consolidación. La Torre del Reloj fue proyectada por Domingo Andrade y construida entre 1676 y 1680. Los templete pueden verse en el dibujo de Simón Rodríguez de 1751, Figura 1. Los superiores están rematados por una cúpula abierta de nervios coronada por un pináculo; los inferiores están cubiertos por una cúpula sólida de sillería, también coronada por un pináculo. En ambos casos, los templete presentan daños y deterioros de diversa consideración, algunos de los cuales podrían afectar su seguridad.

El informe se inserta en el contexto de los trabajos de restauración de la torre, promovidos por la Dirección Xeral de Patrimonio Cultural - Consellería de Cultura e Turismo, según proyecto y dirección del arquitecto F. Javier Alonso de la Peña. Toda la documentación sobre la torre, los planos, y abundantes fotos, me han sido suministradas por Javier Alonso, quien también me ha acompañado en las visitas de inspección.



**Figura 1.** Torre del Reloj de la catedral de Santiago de Compostela; dibujo de Simón Rodríguez de 1751 (enviado por J. Alonso de la Peña)

## **2. Marco teórico: enfoque del equilibrio de Heyman**

Para contestar a las preguntas planteadas en el presente informe, que afectan al comportamiento estructural de la iglesia, es preciso utilizar la teoría de estructuras. La teoría convencional de estructuras de barras no es de aplicación a las estructuras históricas de fábrica. Al realizar los estudios se ha aplicado la teoría del Análisis Límite de Estructuras de Fábrica, tal y como la ha desarrollado fundamentalmente Heyman en los últimos años —véase Heyman (1995 y 1999). En este apartado se resumirán los principios e ideas fundamentales.

### **2.1 El material: hipótesis del análisis límite**

Se considera la estructura de fábrica formada por un material rígido-unilateral, que resiste compresiones pero no resiste tracciones. Es decir, imaginamos la fábrica como un conjunto de bloques indeformables en contacto seco y directo que se sostienen por su propio peso. Supondremos también que las tensiones son bajas, no habiendo peligro de fallo por resistencia, y que el rozamiento entre las piedras es suficientemente alto como para impedir su deslizamiento. Estas tres hipótesis dan lugar a los Principios del Análisis Límite de las Fábricas:

- (1) la fábrica presenta una resistencia a compresión infinita;
- (2) la fábrica tiene una resistencia a tracción nula;
- (3) el fallo por deslizamiento es imposible.

La hipótesis (1) va ligeramente en contra de seguridad y se comprobará mediante un cálculo numérico. La suposición (2) va, evidentemente, a favor de seguridad. Finalmente, la hipótesis (3), vuelve a estar en contra de seguridad, pero los casos de deslizamiento entre piedras son extremadamente raros (suelen estar asociados a movimientos sísmicos).

### **2.2 Condición de estabilidad; seguridad**

La condición de estabilidad de una fábrica construida con un material que cumpla los principios anteriores exige que la trayectoria de las fuerzas, la «línea de empujes», esté contenida dentro de la estructura; esto es, para cada sección hipotética de la estructura la resultante de las fuerzas debe estar contenida en su interior.

La seguridad está determinada, en cada sección, por la distancia relativa de la resultante de tensiones (empuje) a sus bordes. El coeficiente de seguridad es geométrico y definirá la posición que dicho empuje no debe sobrepasar dentro de cada sección. Los coeficientes de seguridad dependen del tipo y uso de la estructura, y tienen un carácter empírico. En particular, para el caso de edificios, son distintos para arcos y bóvedas y para estribos; el coeficiente de éstos últimos es mucho más restrictivo, por los motivos que se discutirán en el apartado dedicado a la seguridad del sistema de contrarresto.

### 2.3 Teorema Fundamental; límite inferior del coeficiente de seguridad

Si la estructura es hiperestática, como es habitual, será posible encontrar infinitas líneas de empujes contenidas dentro de la fábrica, que corresponden a las infinitas situaciones de equilibrio posibles (la línea de empujes no es más que una representación gráfica de las ecuaciones de equilibrio).

Si se cumplen los principios del análisis límite enunciados antes se puede demostrar —véase Heyman (1995, 1999)— el siguiente Teorema Fundamental del Análisis Límite (Teorema de la Seguridad o del Límite Inferior): *Dada una estructura, si es posible encontrar una situación de equilibrio compatible con las cargas que no viole la condición de límite del material (esto es, que no aparezcan tracciones) la estructura no colapsará. Aplicado a las fábricas: si es posible dibujar una línea de empujes contenida dentro de la estructura la estructura no se hundirá.* La potencia del Teorema radica en que la línea de empujes, es decir, la situación de equilibrio, puede ser elegida libremente. Elegida una línea, podremos aplicar las condiciones de seguridad a cada una de las secciones que atraviesa y obtener, de esta forma, un límite inferior para el coeficiente de seguridad geométrico: sabemos que la estructura tiene al menos ese coeficiente de seguridad (en general, sería posible encontrar una línea de empujes que diera una situación más favorable).

El problema de la seguridad de las fábricas es, pues, un problema de estabilidad. De los tres criterios fundamentales que debe cumplir una estructura (resistencia, rigidez y estabilidad), es éste último el que gobierna el proyecto de las fábricas: las tensiones son bajas y las deformaciones pequeñas. El criterio de estabilidad conduce a una visión de las estructuras de fábrica basada firmemente en la geometría: es la forma la que posibilita que las trayectorias de esfuerzos estén siempre dentro de los límites de la fábrica (para una exposición clara y muy detallada de este enfoque, véase Heyman, 1999; Huerta 2001, 2004).

### 2.4 Movimientos y grietas

Las grietas son algo natural en un material que no resiste tracciones. De hecho, los agrietamientos son la única forma de adaptarse a pequeñas variaciones en las condiciones de contorno (por ejemplo, a un pequeño desplazamiento de los estribos, etc.). Las grietas dividen la estructura en un conjunto «articulado» de bloques que se mueve y adapta a las nuevas condiciones de contorno. A cada movimiento corresponde un agrietamiento distinto y una estructura puede presentar a lo largo de su historia distintos agrietamientos, que corresponden a distintas posiciones de las líneas de empujes (distintas soluciones de las ecuaciones de equilibrio). Sin embargo, el Teorema Fundamental nos asegura que, si encontramos «un sistema de líneas de empujes» (esto es una cierta situación de equilibrio) dentro de la fábrica, aunque pueden moverse bruscamente, éstas nunca se saldrán de los límites de la fábrica con lo que la estabilidad está asegurada.

## 2.5 Elementos pétreos trabajando a tracción o flexión

Como se ha dicho, la *fábrica* no resiste tracciones, pero los elementos que componen la fábrica (las piedras, los morteros) deben presentar una cierta *cohesión* para poder mantener su forma. Así, aunque la estructura de fábrica no presenta resistencia a tracción, los elementos que componen el material *fábrica* (las piedras, los ladrillos, etc.), deben poseer cierta resistencia a tracción. Finalmente, dichos elementos deben tener también un cierto tamaño: no se puede construir un muro de arena, pero sí de piedra en seco (Heyman 1995, p. 346).

En ciertas condiciones, se pueden emplear grandes elementos de fábrica trabajando a flexión. Este es el caso de las grandes gárgolas o de los balcones en voladizo, con vuelos que pueden llegar a los 2 m. También es el caso de los puentes de losas de granito, empleados, por ejemplo, en Galicia para caminos, salvando luces de 2 a 3 m. De hecho, las buenas piedras (por ejemplo, el granito) presentan en los ensayos una resistencia a tracción de 10-15 N/mm<sup>2</sup>. No obstante, se trata de un material frágil: hace falta una baja cantidad de energía para producir una superficie de fractura, y esto ha permitido durante milenios la extracción de la piedra de las canteras mediante cuñas.

Las grietas aparecen en las fábricas como respuesta a los movimientos: si la estructura es hiperestática (por ejemplo, un arco) las grietas "rompen" el arco en varios trozos que permiten el movimiento. Los mismos fenómenos de agrietamiento se pueden observar en cúpulas (y se discutirán más adelante) o en bóvedas de crucería. Es precisamente la capacidad de agrietarse lo que da ductilidad a las estructuras de fábrica.

Si la estructura es isostática, como es el caso de las gárgolas y balcones, de los puentes de losa, de los grandes pinjantes, etc., el elemento puede moverse sin necesidad de romperse. De hecho, el añadir un apoyo más en cualquiera de los casos antes citados, llevaría sin duda a la rotura de la piedra, y Galileo cuenta en sus *Diálogos* la fractura de una columna tumbada apoyada en sus extremos, tras añadir un apoyo intermedio (Heyman 2001, p. 64).

Por tanto, en casos excepcionales, los constructores han aprovechado con inteligencia y seguridad la resistencia a tracción de la piedra. Como veremos, los templete superiores de nervios son un ejemplo de extraordinario interés y originalidad.

## 2.6 Fábrica de bloques con un rozamiento finito

Uno de los principios básicos de la Moderna Teoría de Estructuras de fábrica es la imposibilidad de deslizamiento. Esto implica un coeficiente de rozamiento infinito. Cuando se considera un coeficiente de rozamiento finito el material deja de ser "estándar" y los Teoremas Fundamentales, que se han enunciado antes, no tienen por qué cumplirse. En particular, si hay un rozamiento finito, no tenemos garantía de que una solución de equilibrio para la que se verifique la condición de rozamiento en cada junta (que la componente en sentido transversal sea menor que la normal por el coeficiente de rozamiento) sea segura.



Drucker (1954) fue el primero en llamar la atención sobre este hecho y, hasta la fecha, en el estado actual de conocimientos, no hay una manera fiable de evaluar la seguridad de una estructura de bloques con rozamiento finito.

De Josselin de Jonge (1966) demostró que para un rozamiento reducido se podrían encontrar soluciones seguras, pero tiene que estar garantizado que la tensión normal no baja de un cierto valor, lo que en la práctica no es posible.

D'Ayala (2001, 2008) pretende haber encontrado soluciones seguras para un modelo teórico con rozamiento teórico, contradiciendo a Drucker.

En una estructura "real", en contraste con los modelos teóricos, las juntas son heterogéneas, formadas por pequeñas piedras acuñadas y mortero, y presentan un estado de deterioro incognoscible. En algunas juntas el mortero puede haberse degradado o desaparecido y la confianza en que se produzca la fuerza de compresión necesaria para suministrar la fuerza de rozamiento requerida se vuelve todavía más incierta.

Es cierto que la estabilidad de algunas estructuras de fábrica parece depender del rozamiento (las cúpulas de algunas mezquitas de El Cairo, por ejemplo, Lau (2006), así como en los templeteos objeto de estudio), pero en el estado actual de conocimientos no parece prudente confiar en que, empleando la analogía antropomórfica de Drucker, la estructura sea lo suficientemente inteligente como para "hacer lo necesario para redistribuir las tensiones y evitar el colapso" (*do the best they can to distribute stress to avoid collapse*).

La literatura sobre el problema de los materiales no-estándares (non-standard materials) ha crecido enormemente en los últimos años (véase D'Ayala 2008 y De Saxcé y Bousshine, 1998, para la literatura básica). No obstante, las contribuciones al problema de la seguridad de las estructuras de fábrica con posibilidad de deslizamiento (rozamiento finito) se limitan al plano teórico y falta la verificación experimental sobre estructuras reales (hasta el momento sólo se han realizado ensayos de laboratorio sobre simples estructuras de bloques).

El académico que escribe un artículo puede equivocarse y, de hecho, las equivocaciones marcan el camino del progreso. El técnico que debe evaluar la seguridad de una estructura no tiene margen para el error. Así, a la espera de que los nuevos desarrollos se consoliden, no parece prudente confiar en un rozamiento finito para asegurar la estabilidad. De hecho, toda la construcción de fábrica se ha construido de forma que se cumpla el principio de la imposibilidad por deslizamiento. El presente informe confirma la importancia de este principio y los peligros en que se incurre cuando se incumple.

### 3. Estado actual y seguridad de los templetes de la Torre del Reloj

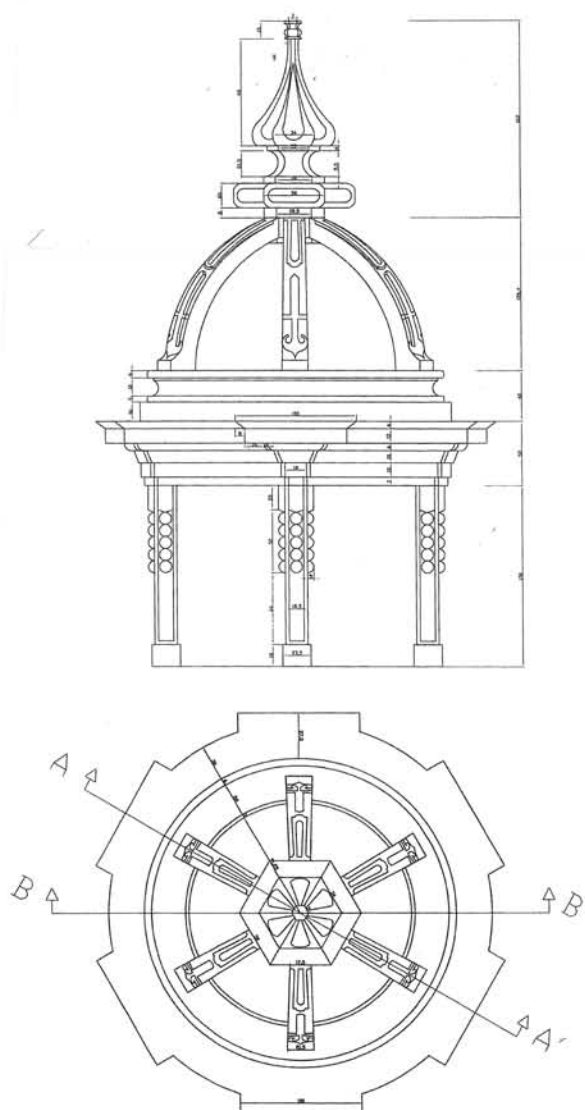
Los templetes de la torres del reloj presentan un esquema básico único, estando formados por cuatro elementos básicos: 1) pináculo de coronación; 2) cúpula; 3) entablamento; y 4) pilares. La geometría se basa en el círculo y el hexágono. Hay simetría de revolución, seis nervios, entablamentos con seis voladizos, y los templetes apoyan sobre seis pilares. Las dimensiones son parecidas, siendo los templetes inferiores ligeramente más grandes. La diferencia fundamental reside en la zona de la cúpula: los templetes superiores presentan una cúpula abierta de nervios, mientras que en los inferiores la cúpula es una media naranja de sillería, con nervios de resalto en el trasdós. Dado que los problemas se concentran en la zona de la cúpula se estudiarán ambos tipos de templete por separado.

#### 3.1 Templetes superiores con cúpula abierta de nervios

##### 3.1.1 Descripción

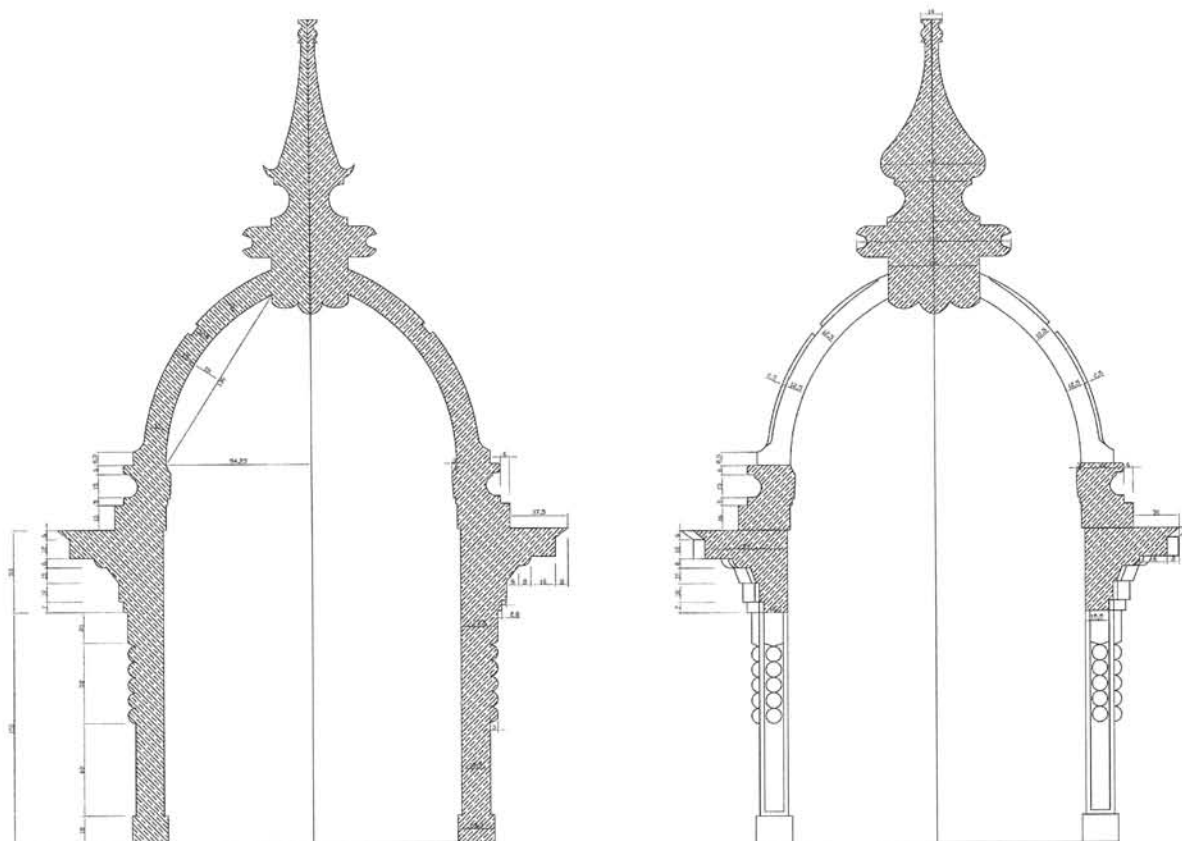
Los planos de las Figuras 2 y 3, documentación del proyecto de Javier Alonso, muestran claramente la geometría de los templetes superiores. El gran pináculo superior está soportado por seis delgados nervios enterizos que apoyan sobre un grueso entablamento, que descansa, a su vez, sobre seis esbeltos pilares. Los pilares apoyan a su vez sobre una gruesa balaustrada exterior y otros sillares adyacentes a la torre, que no se han dibujado.

La luz libre interior es de unos 2 m y la altura libre desde el nivel de arranque de los pilares hasta la base del pináculo de unos 1,80 m. La sillería del entablamento forma un sólido de revolución del que se proyectan seis cuerpos, coincidiendo con las líneas de apoyo de los nervios.



**Figura 2.** Templete de nervios. Alzado y planta (J. Alonso de la Peña)





**Figura 3.** Secciones (J. Alonso)

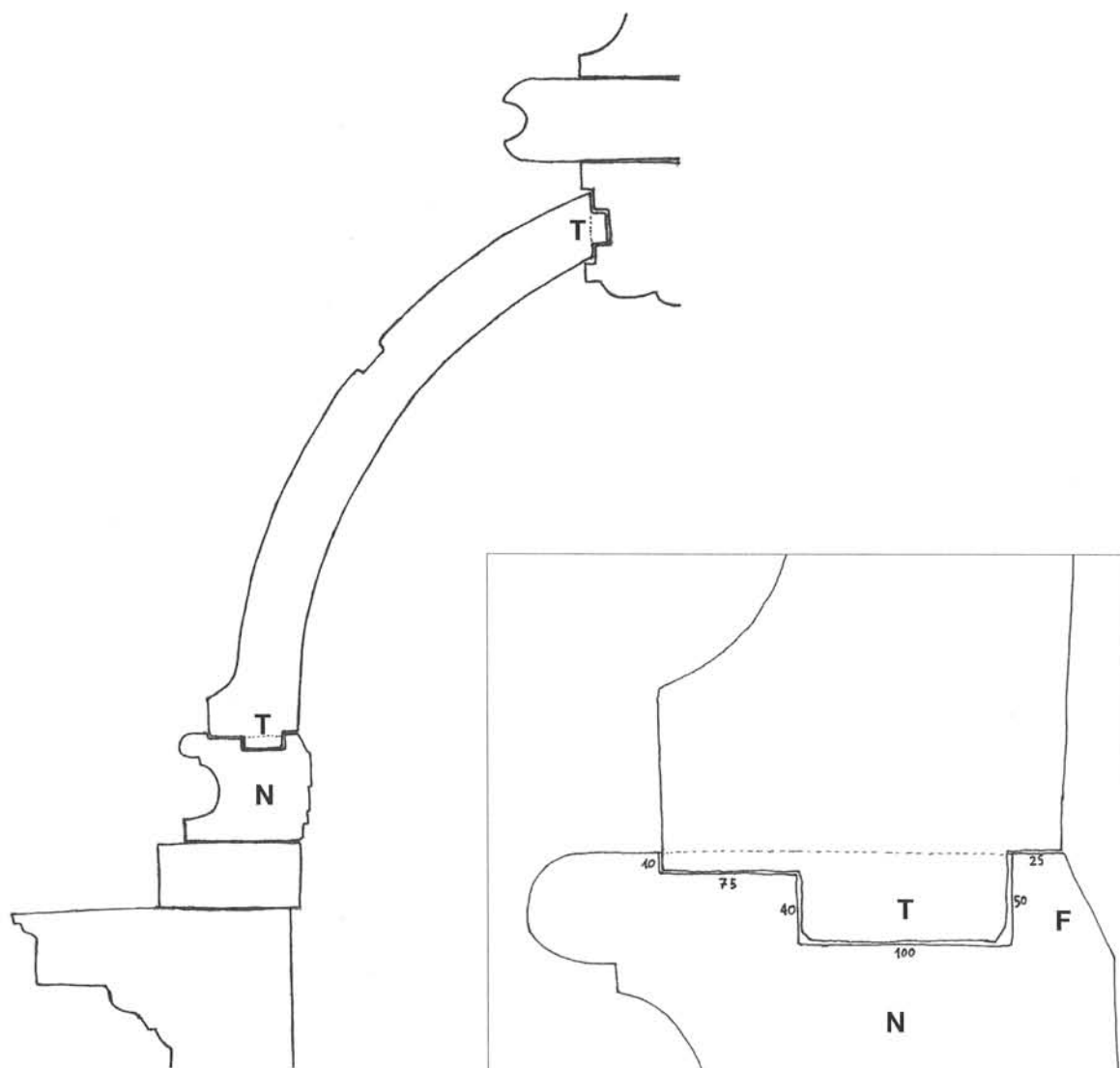
En las secciones puede apreciarse la esbeltez de los nervios y pilares. Es relevante tener una idea de los pesos de cada una de las partes principales:

pináculo	9,0 kN	(900 kg)
nervios	5,4 kN	(540 kg)
entablamento	54,0 kN	(5.400 kg)
pilares	7,6 kN	(760 kg)
Total	76,0 kN	(7.600 kg)

El templete pesa, pues entre 7 y 8 toneladas, y más del 80% del peso corresponde al pináculo y al entablamento. Los elementos portantes, nervios y pilares, suponen sólo el 18% del peso total.

El elemento más crítico lo constituyen los nervios. No hay más que mirar la sección derecha de la Figura 3 para darse cuenta de que los nervios tienen que trabajar a flexión: la desproporción de pesos es tan grande que es imposible dibujar una línea de empujes que soporte el peso del pináculo dentro de la sección del nervio. Este asunto se discutirá con detalle más adelante.

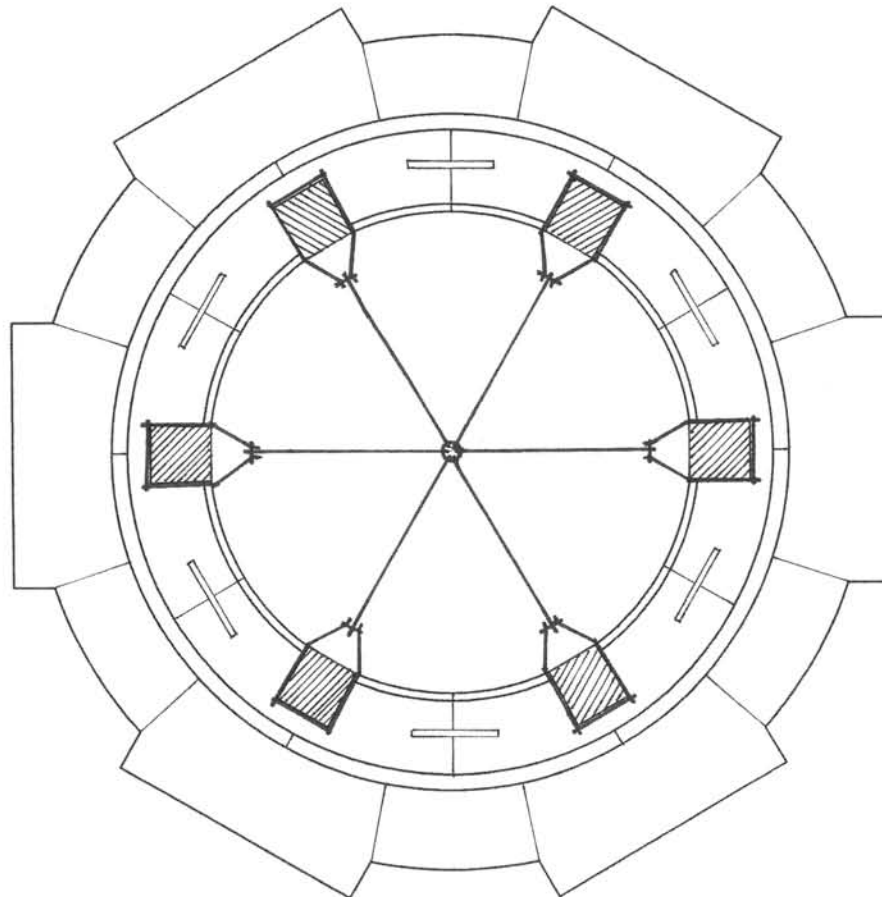
Los nervios presentan tanto en cabeza como en el arranque gruesos tetones **T** que se insertan en el pináculo y en la piedra de base respectivamente, Figura 4. En cabeza se puede observar la existencia de los tetones en algunas juntas que han perdido el mortero. En la base ha saltado la piedra sobre la que apoya uno de los nervios y se han podido medir con precisión las dimensiones del tetón y de la caja en que se introduce.



**Figura 4.** Unión de los nervios con el pináculo y el entablamento

Puede verse en el detalle cómo el arquitecto resolvió la unión de manera que fuera imposible el deslizamiento del nervio. (Nótese la delgadez del filete interior, **F** en Fig. 4, de sólo unos 30 mm. En efecto, no estaba previsto que el nervio se moviera hacia el interior.)

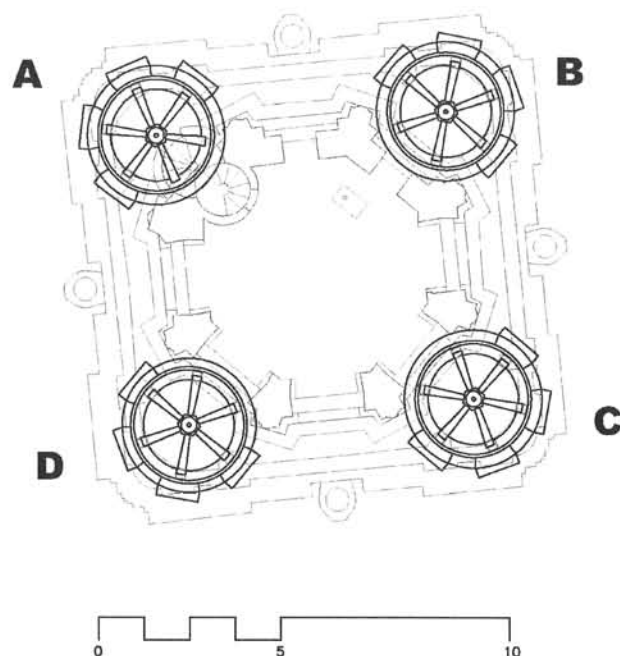
El detalle de la unión hace imposible que la base del nervio se desplace hacia a fuera, a menos de que también arrastre la piedra de apoyo (**N** en la Figura 4). Quizá este temor (como veremos infundado) fue lo que llevó hace unos decenios a colocar un sistema de tirantes radiales y de grapas (Figura 5). Las grapas son de bronce y los tirantes y bridas parecen de hierro forjado o acero, por lo que es probable que se dispusieran en épocas distintas.



**Figura 5.** Esquema de la disposición de tirantes radiales y grapas. Se ha dibujado también el corte de las piedras

### 3.1.2 Daños estructurales

Los templete llevan unos trescientos años en una situación expuesta y presentan los deterioros correspondientes en algunas zonas. En este apartado nos centraremos en aquellos daños que afectan a la seguridad de la estructura. Los daños se concentran en los pináculos y en los nervios. Para localizar los daños se han identificado los templete con letras en la planta de la torre de la Figura 6.



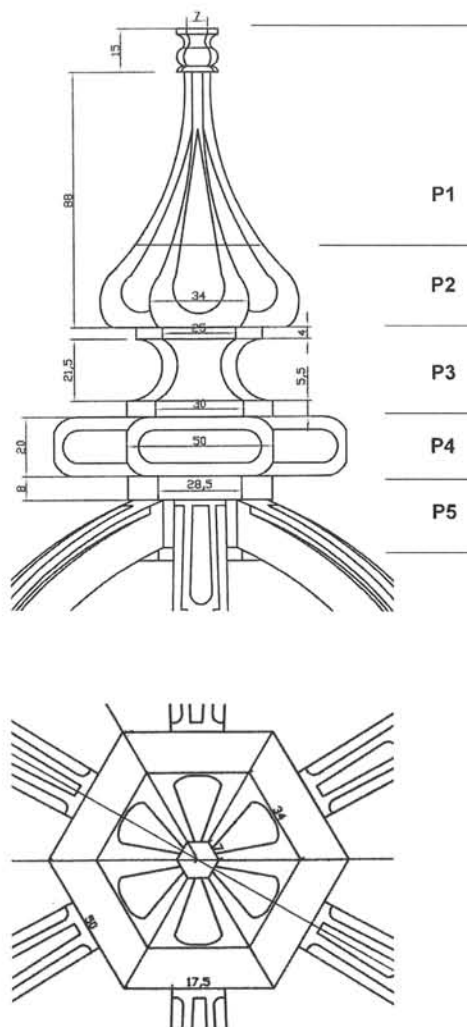
**Figura 6.** Planta de la torre al nivel de los templates superiores (J. Alonso de la Peña)

#### Daños en los pináculos

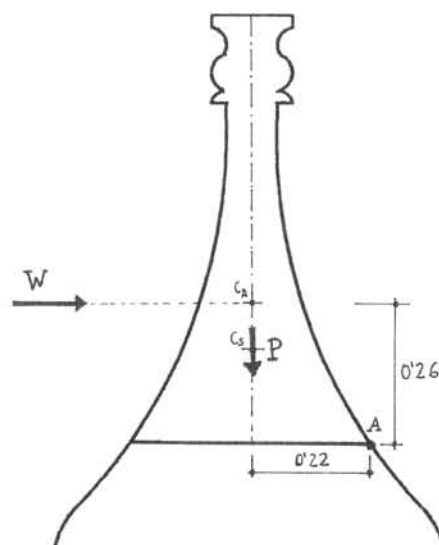
El pináculo está dividido en seis bloques (P1 á P6 en Fig. 7) por juntas horizontales. El bloque P5 está formado por dos piedras. El pináculo del template A es el que aparece más dañado. El bloque superior P1 está roto, y se ha cosido de mala manera con dos grapas de hierro. La base del bloque P5 no apoya bien y, como consecuencia, toda la parte superior está desplomada. La inspección del resto de pináculos ofrece el mismo tipo de daños menos acentuados.

En general, puede decirse que los pináculos son elementos muy expuestos a la acción del viento y, por su esbeltez y tamaño, están sujetos a vibraciones que aceleran la degradación del mortero de las juntas. Las piedras superiores tienden a "volarse" y deben estar unidas por llaves o un vástago interior de metal (Heyman 1995, pp. 331-3).

En este caso, el elemento más crítico es el bloque superior P1. En la Figura 8 se estudia su estabilidad. El viento de  $1,5 \text{ kN/m}^2$  actúa sobre una superficie aparente de  $0,13 \text{ m}^2$ , produciendo una fuerza  $W = (1,5) (0,13) = 0,195 \text{ kN}$  ó  $19,5 \text{ kg}$ , que actúa en el centro de gravedad del área  $C_A$  situado a  $0,26 \text{ m}$  por encima de la junta. El peso del bloque P1 es  $P = 0,4 \text{ kN}$  ó  $40 \text{ kg}$ . Tomando momentos respecto a A (Fig. 8), el momento de vuelco del viento  $M_E = (0,195) (0,26) = 0,051$ , mientras que el momento de estabilidad del peso vale  $M_P = (0,4) (0,22) = 0,088$ . El bloque superior es bastante estable:  $M_P / M_E = 1,74$ .



**Figura 7.** Pináculos de remate de los templetes superiores (J. Alonso de la Peña)



**Figura 8.** Estabilidad del bloque superior del pináculo

En la restauración se deberá desmontar el pináculo del templete A y volverlo a montar cosiendo la piedra rota y consolidando el vástago interior. Las reparaciones en los otros pináculos son más cosméticas.

#### Daños en los nervios

En el caso de los nervios, que sustentan los grandes pináculos, los daños afectan a la estabilidad de toda la parte superior del templete. Los daños parecen provenir de la colocación de los tirantes. El coeficiente de dilatación térmica del acero es el doble del del granito. Para el acero es de  $11,7 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C m/m}$ ; para el granito  $6,4 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C m/m}$  (Timoshenko y Young 1966, tablas A.1 y A.3)).

La dilatación por aumento de la temperatura no afecta a los nervios; simplemente se aflojan los tirantes. La contracción por descenso de la temperatura, por el contrario, impone en la base de los nervios unas fuerzas de tracción que, en varios casos, han roto, bien la base del nervio, bien el filete interior del cajado de la piedra en que apoya el nervio. La contracción es muy pequeña; para 2 m de luz y un gradiente de temperatura de  $40^{\circ}\text{C}$  (los tirantes se colocaron, tensos, en verano y se contraen en invierno):  $2000 \times (11,7 - 6,4) \times 10^{-6} \times 40 = 0,42 \text{ mm}$ . Esa cantidad es suficiente para romper los nervios o piedras de apoyo cuando los nervios estaban bien ajustados. Además, en algunas bridas de tirante que abrazan los nervios se observa que la corrosión ha aumentado el volumen del hierro o acero. Los daños pueden observarse en las Fotos del anexo y los acortamientos son un orden de magnitud superior, unos 10 mm.

Por otra parte, en el templete B hay dos nervios rotos, aproximadamente hacia la mitad. Es más que probable que el origen de la rotura sea, de nuevo, los tirantes añadidos. El tirante que se acorta tiende a levantar el nervio que, de esta manera, recibe mucha más carga que el reparto medio del peso del pináculo: de hecho, en un caso completamente ideal en que se acorta sólo un tirante, los dos nervios afectados soportarían el peso completo del pináculo, esto es, las fuerzas internas se multiplicarían por tres!

El problema reviste interés: La estructura es hiperestática: si el pináculo apoyara sobre tres nervios, podríamos calcular la fracción del peso que se lleva cada nervio y, además, pequeñas variaciones de los apoyos no afectarían al valor de las fuerzas internas. El pináculo sobre seis nervios tiene tres indeterminaciones (incógnitas hiperestáticas) que no se pueden hallar sólo con las ecuaciones de la estática. El movimiento impuesto por el tirante, al descargar cuatro nervios, convierte la estructura en isostática.

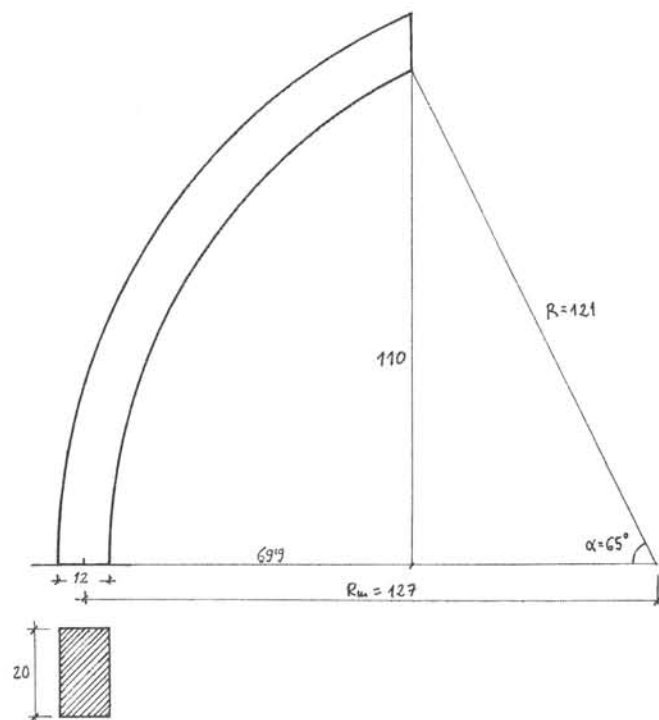
En base a lo anterior, podemos afirmar que ha sido la colocación de los tirantes la que ha provocado los daños y roturas en los nervios.



### 3.1.3 Análisis estructural

Los problemas estructurales se concentran en los nervios superiores. En particular, surge la pregunta del posible efecto de la rotura de dos nervios en el templete B. Aunque es evidente que el templete ha sobrevivido a la rotura, resulta patente que su seguridad ha disminuido. La pregunta es si la seguridad actual es suficiente y, por tanto, no es necesario realizar ninguna intervención, o si, por el contrario, la rotura de los nervios ha disminuido notablemente la seguridad del templete y es preciso realizar una intervención que restaure el templete a su estado original. Que el estado original de los templete es suficientemente seguro lo demuestra más allá de toda duda su supervivencia durante tres siglos.

Cualquier análisis estructural parte de una serie de simplificaciones que afectan tanto a la geometría de la estructura, como al propio material y sus características resistentes. La estructura superior está compuesta de seis nervios enterizos de granito que soportan un pesado pináculo. Para el análisis de los nervios se considerará que tienen el perfil de la Figura 9 y que son de sección rectangular uniforme. Esto último no es cierto, los nervios son de sección variable: su ancho es de 20 cm en el arranque y de 17 cm en cabeza. El espesor se puede imaginar compuesto de un espesor básico de 12 cm; en la base el nervio presenta un regresamiento hasta 20 cm que permite formar los tetones; entre la base y la cabeza el espesor de 12 cm se incrementa en muchas zonas a 14,5 cm por gruesos relieves, terminando en cabeza con una sección de 17 por 14,5 cm. Así, el considerar una sección uniforme de nervio de 20 × 12 cm parece una simplificación razonable que va a favor de seguridad.

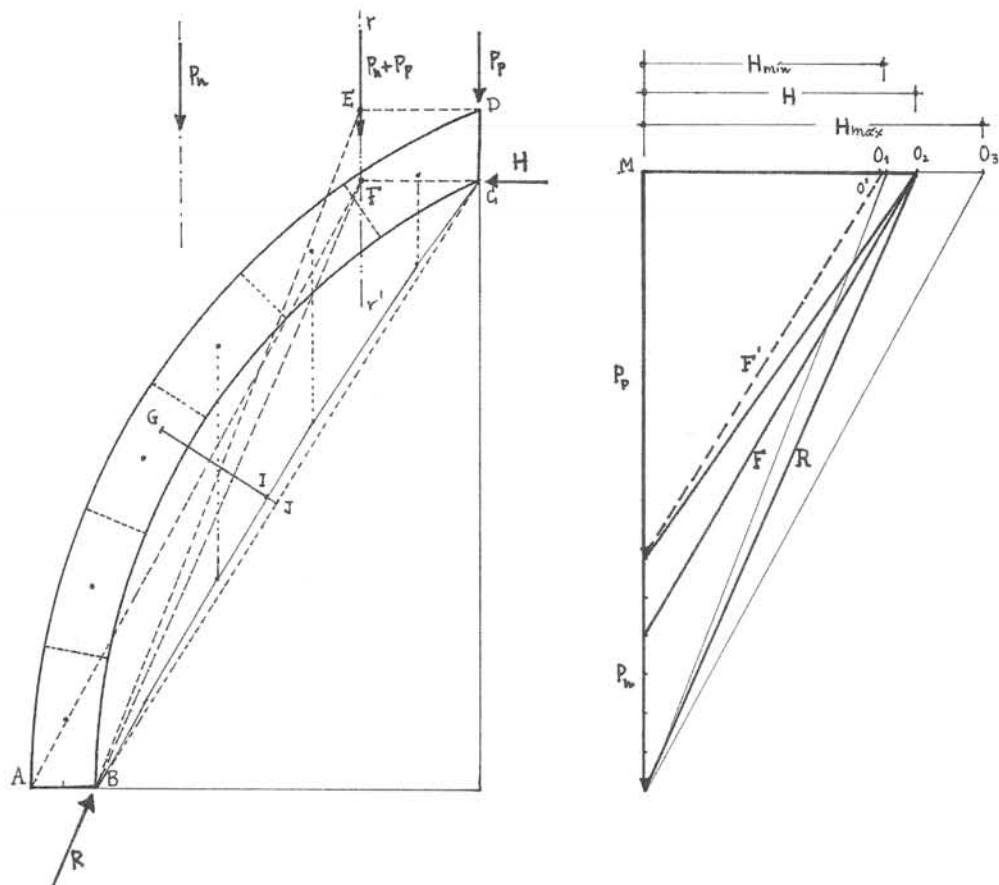


**Figura 9.** Geometría simplificada del nervio

El pináculo peso 9 kN ó 900 kg, de manera que si el apoyo fuera completamente uniforme y perfecto cada nervio se llevaría una carga de  $9/6 = 1,5$  kN ó 150 kg. En este caso, la hipótesis parece razonable pues los nervios apoyan sobre una estructura de sillería muy rígida.

#### Peso propio

Para estudiar las fuerzas internas se imagina el arco monolítico dividido por hipotéticas juntas. En la Figura 10 se ha dibujado la línea de empujes correspondiente. Puede verse que la línea de empujes se sale del arco, produciendo flexiones que serán máximas en la zona media del arco. El análisis gráfico resulta cómodo en este caso. El nervio pesa  $P_n = 0,92$  kN y en cabeza actúa una fuerza vertical  $P_p = 1,5$  kN. La posición de la resultante ( $P_n + P_p$ ) se puede hallar fácilmente tomando momentos. Conocida su línea de acción, se pueden hacer diversos tanteos fácilmente. Los empujes deben estar contenidos dentro de la sección tanto en la clave como en el arranque. El empuje mínimo se obtendrá haciendo pasar la línea por el trasdós en la clave (D) y por el intradós en la base (B). El empuje máximo pasando por el intradós en la clave (C) y por el trasdós en la base (A). Estos dos empujes corresponden, físicamente, a una ligera apertura o acercamiento de los apoyos, respectivamente. Sin embargo, la línea que produce el máximo momento flector en el nervio será la que pase por el intradós tanto en la clave como en los apoyos (puntos C y B). La línea de empujes correspondiente se ha dibujado con línea continua en la Figura 10 (se ha simplificado el dibujo de la parte inferior).



**Figura 10.** Análisis estático de un nervio

La máxima distancia de la línea de empujes a la línea media del nervio se produce en el punto I y la distancia IG nos da la excentricidad de la fuerza  $F$  correspondiente en el polígono de fuerzas, respecto al centro de la sección. La magnitud de la fuerza  $F$  se obtiene midiendo sobre el dibujo en la escala de fuerzas:  $F = 2,1$  kN. La excentricidad  $e = DE$  se puede medir directamente sobre el dibujo en la escala de longitudes:  $e = 0,23$  m. Sobre la sección G actúa, pues:

- un momento flector  $M = F e = (2,1) (0,23) = 0,48$  kNm = 480.000 Nmm
- una fuerza normal  $N \approx F = 2,1$  kN = 2.100 N

(Para la hipótesis de un nervio no-pesante con una fuerza  $F' = 1,8$  kN y  $e' = GJ = 0,25$  m, el momento flector  $M' = F' e' = 0,45$  kNm, menor que el anterior.)

La sección tiene las siguientes características:

- área  $A = (200) (120) = 24.000$  mm<sup>2</sup>
- módulo resistente  $W = (200) (120)^2 / 6 = 480.000$  mm<sup>3</sup>

La tensión máxima de tracción valdrá:

$$\sigma = (N/A) + (M/W) = -0,087 + 1 = 0,92 \text{ N/mm}^2 \text{ ó } 9,2 \text{ kg/cm}^2.$$

Un buen granito rompe a flexión para una tensión de 11,2 N/mm<sup>2</sup> ó 112 kg/cm<sup>2</sup> (Timoshenko y Young 1966, Tabla A.3). Así, pues, en este caso parece existir un coeficiente de seguridad de  $(11,2/0,92) = 12$ . Un coeficiente de 12 parece suficientemente alto para prevenir la rotura de los nervios y, sin embargo, dos nervios están rotos en el templete B.

Como se ha dicho antes, la contracción de los tirantes (sea por efectos térmicos o por la corrosión) puede hacer que todo el peso del pináculo recaiga en sólo dos nervios. En este caso, cada nervio se lleva una carga de 4,5 kN. Ahora, se puede despreciar el peso del nervio en el análisis, y la fuerza inclinada que equilibra el peso del pináculo tendrá la dirección AC en la Figura 10. Entonces, la fuerza inclinada  $F = 5,06$  kN que por la excentricidad GJ (0,25 m) conduce a un momento flector  $M = (5,06) (0,25) = 1,27$  kNm = 1.270.000 Nmm. Las tensiones por flexión serán (despreciando ahora la pequeña reducción por la compresión de la fuerza normal)

$$\sigma = M/W = 1.270.000 / 480.000 = 2,7 \text{ N/mm}^2 \text{ ó } 27 \text{ kg/cm}^2.$$

La tensión de tracción se ha multiplicado casi por tres y el coeficiente de seguridad se ha reducido a 4.

#### Nervios rotos

En el caso de los nervios rotos se puede calcular con precisión la carga que soportan. El problema se vuelve isostático y es posible obtener los esfuerzos internos y las reacciones sólo con las ecuaciones de equilibrio.

Los dos nervios rotos se sitúan en el templete B y están separados por un nervio sano. Como se verá esta disposición ha permitido la supervivencia del templete; si se hubieran roto dos nervios adyacentes, el templete se hubiera hundido.

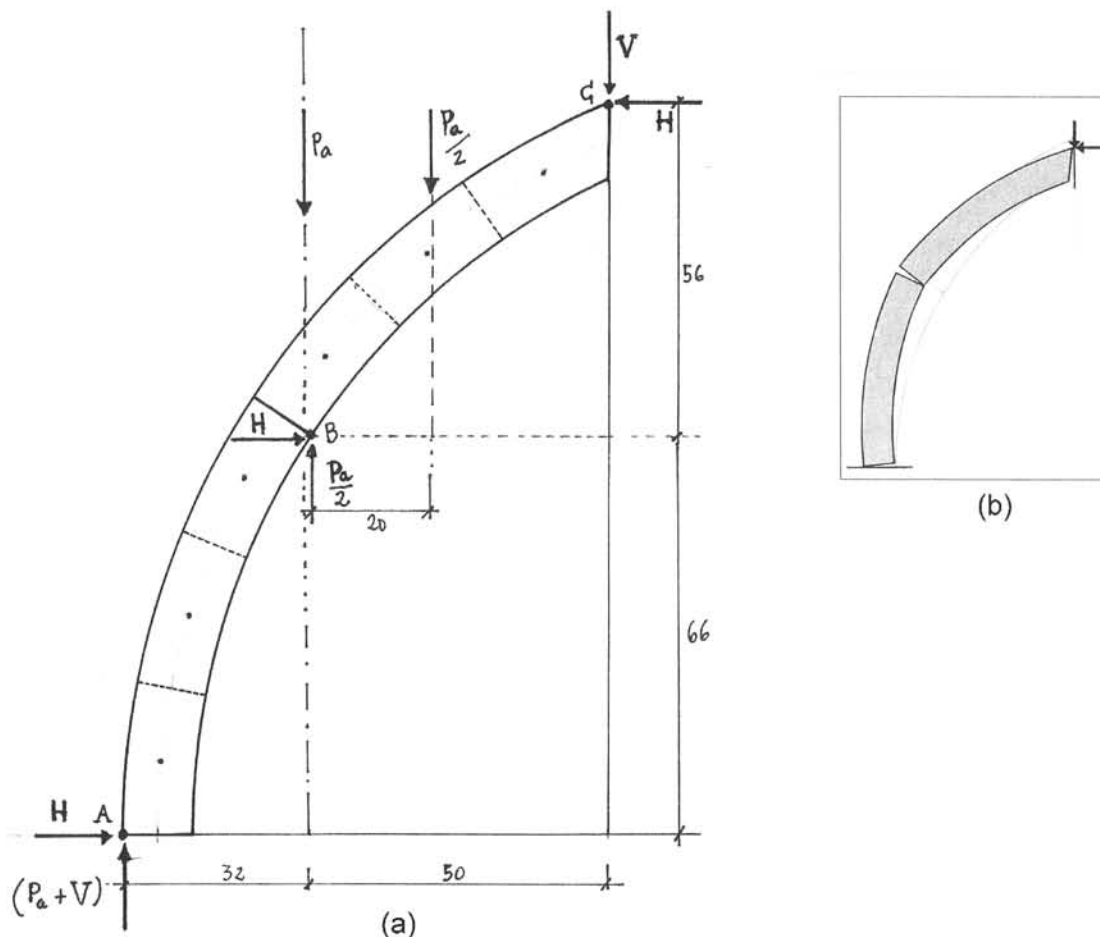
La rotura se produce en ambos casos aproximadamente hacia la mitad del nervio, coincidiendo con el máximo momento flector. El problema que se plantea es cuál es la carga máxima que puede soportar un nervio roto. En el límite el nervio colapsaría por formación de tres rótulas A, B y C, Figura 11. Para calcular las componentes  $V$  y  $H$  de la fuerza máxima basta con establecer el equilibrio del bloque superior BA y del arco completo CA.

El equilibrio del nervio completo (momentos en C):

$$32 P_a + 82 V = 122 H$$

el equilibrio del bloque superior (momentos en B):

$$20 (P_a/2) + 50 V = 56 H$$



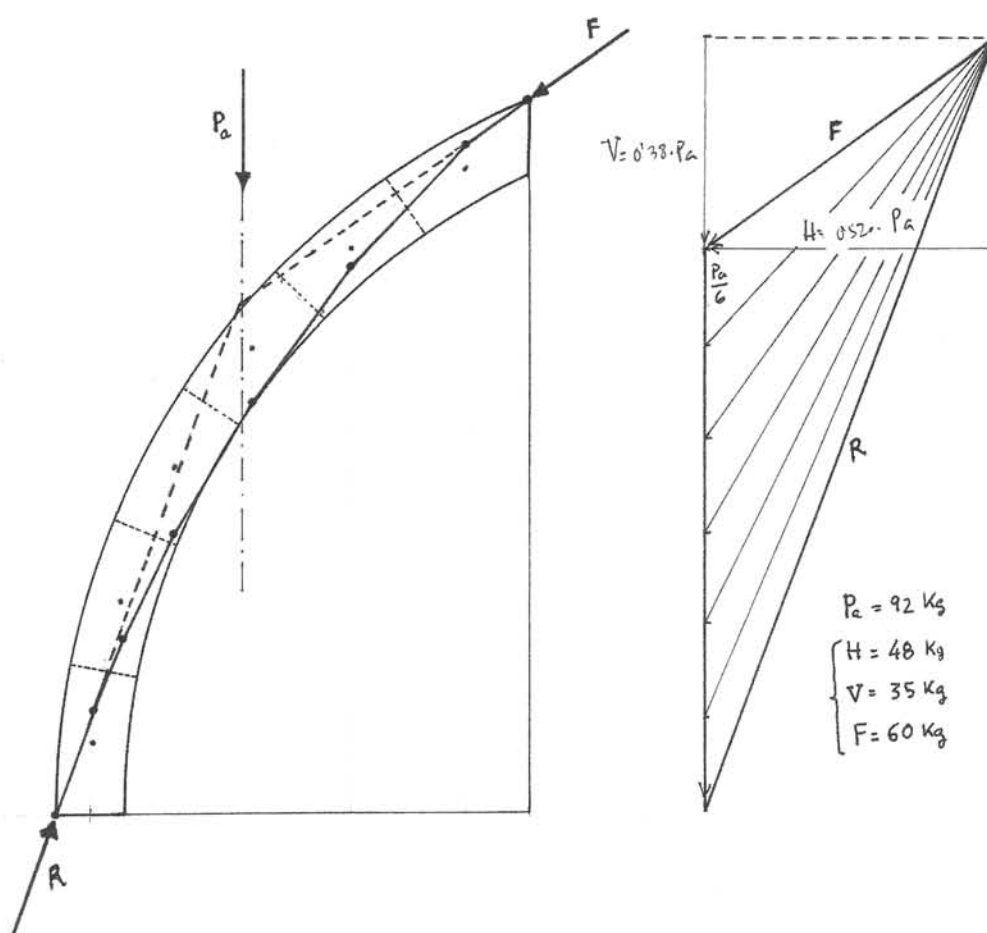
**Figura 11.** Carga máxima de un nervio roto por la mitad: (a) Geometría; (b) colapso

resolviendo este sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtiene:

$$H = 0,52 P_a ; V = 0,38 P_a$$

Para  $P_a = 0,92 \text{ kN}$  ó  $92 \text{ kg}$ ,  $H = 0,48 \text{ kN}$  (48 kg)  
 $V = 0,35 \text{ kN}$  (35 kg)

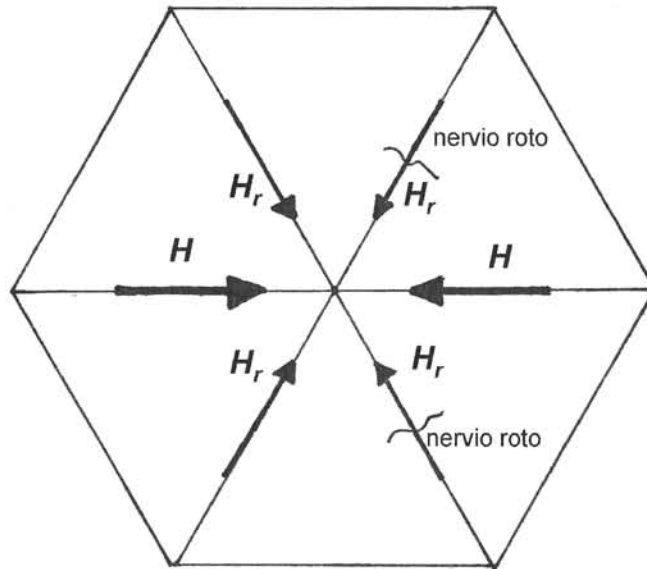
En la Figura 12 se da el análisis gráfico mostrando la línea de empujes correspondiente, en base a los valores obtenidos. (Nótese que el análisis asume la posición de la rotura y que, por lo tanto, el valor obtenido es un límite superior de la carga de colapso de un arco de fábrica sin resistencia a tracción. La junta más desfavorable se sitúa un poco más abajo de la mitad, pero el valor de la carga varía muy poco. En cualquier caso la rotura en la piedra continua puede originarse a cierta distancia de la posición teórica en una pequeña grieta existente etc.)



**Figura 12.** Carga máxima de un nervio roto en dos mitades. Análisis gráfico

Un nervio roto por la mitad puede soportar una carga vertical máxima de  $0,35 \text{ kN}$  (35 kg). Los seis nervios rotos sustentarían  $2,1 \text{ kN}$  (210 kg), esto es, poco más de la cuarta parte del peso del pináculo de unos  $9 \text{ kN}$  (900 kg).

Con estos datos se puede analizar la situación para peso propio del templete B con dos nervios rotos. Llamemos  $H_r$  a la componente horizontal de la fuerza máxima resistida por el nervio roto. El simple equilibrio de fuerzas horizontales representado en la Figura 13 deja ver que los nervios opuestos a los rotos deberán ejercer una fuerza horizontal igual.



**Figura 13.** Equilibrio de fuerzas horizontales en el templete B con dos nervios rotos

Son, por tanto, el nervio intermedio entre los rotos y su opuesto los que ejercen un empuje horizontal  $H$  correspondiente a una componente vertical  $V$  tal que se verifica el equilibrio de fuerzas verticales:

$$2 V = Q - 4 V_r$$

donde  $Q$  es el peso total del pináculo (9 kN) y  $V_r$  es la componente vertical de la fuerza máxima que resiste el nervio roto (0,35 kN). Por tanto,

$$V = (1/2) (9 - 4 \times 0,35) = 3,8 \text{ kN ó } 380 \text{ kg.}$$

Esta fuerza es sólo un poco menor a la calculada en el caso de que trabajaran sólo dos nervios (4,5 kN). Considerando el nervio no pesante la tensión máxima es proporcional a la carga. Así, la tensión máxima para este caso será 38/45 de la calculada para sólo dos nervios, esto es:

$$\sigma = (38/45) \times 2,7 = 2,3 \text{ N/mm}^2 \text{ ó } 23 \text{ kg/cm}^2.$$

Una tensión indudablemente alta para un material frágil como la piedra.



## Viento

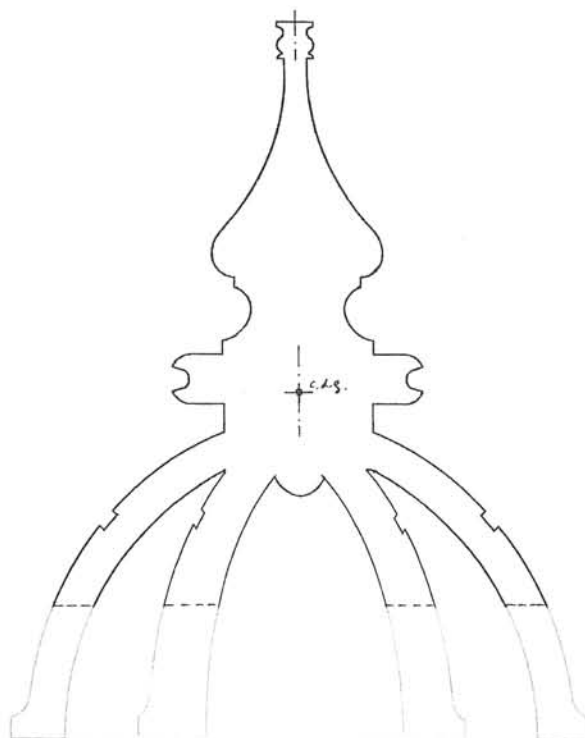
El viento ejerce una fuerza horizontal que produce unas fuerzas que se sumarán a las de peso propio, incrementando aún más las tensiones máximas.

La fuerza del viento es difícil de saber. Depende de la velocidad del viento pero también de forma significativa de la forma del cuerpo sobre el que actúa. Es usual considerar la fuerza del viento  $W$  como el producto de la presión dinámica del viento,  $w$ , por la superficie aparente del cuerpo proyectada sobre un plano perpendicular a la dirección del viento  $A_p$ :

$$W = k w A_p$$

este producto está afectado por una constante  $k$  del orden de las unidades. Consideraremos en lo que sigue,  $k = 1$  y  $w = 1,5 \text{ kN/m}^2$ , que es la presión máxima contemplada usualmente.

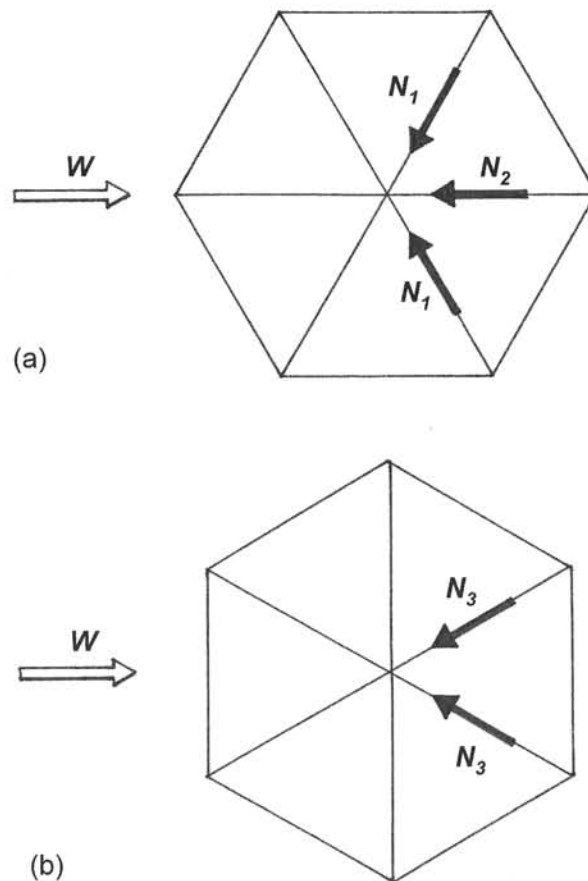
El templete ofrece contra el viento un contorno formado por la proyección del pináculo y los nervios. Esta superficie se ha dibujado de forma aproximada en la Figura 14. De los nervios sólo se considera la mitad superior considerando que la fuerza ejercida sobre la mitad inferior se transmite directamente al apoyo.



**Figura 14.** Superficie aparente de un templete contra el viento, con la posición de su centro de gravedad (el viento sólo actúa sobre la mitad superior de los nervios)

La superficie aparente de la Figura 14 es aproximadamente  $1,3 \text{ m}^2$  (0,9 del pináculo y 0,4 de la mitad superior de los nervios). La fuerza del viento valdrá, por tanto,  $W = (1,3) (1,5) = 1,95 \text{ kN}$  ó  $195 \text{ kg}$ . Esta fuerza se puede imaginar aplicada en el centro de gravedad del área aparente. Para simplificar supondremos que actúa en la cabeza de los nervios.

El viento puede actuar en cualquier dirección. Consideraremos las dos direcciones típicas de la Figura 15. En cualquier caso, se trata de una fuerza horizontal que, dado que la unión de los nervios con la base del pináculo no resiste tracciones (ver Fig. 4 más arriba), debe ser resistida por los nervios a sotavento.



**Figura 15.** Modos típicos de acción del viento

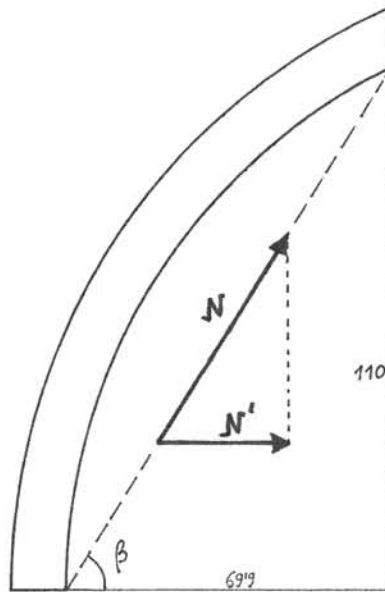
El caso (a) es hiperestático; el caso (b) isostático. Si consideramos, arbitrariamente para un material frágil, que un nervio puede resistir una fuerza máxima  $N$ , podemos calcular la fuerza máxima de viento resistida en cada caso, como función de  $N$ . Llamemos  $N'$  a la proyección de  $N$  sobre el plano horizontal, el equilibrio de fuerzas horizontales da:

- en el caso (a),  $W = N + 2 (N / 2) = 2 N$

- en el caso (b),  $W = 2 N \cos 30^\circ = N \sqrt{3}$

Para una cierta fuerza de viento  $W$  el caso (b) conduce a un mayor valor de

$$N' = (W / \sqrt{3}) = 0,58 W.$$



**Figura 16.** Fuerza en el nervio y su proyección horizontal

La fuerza  $N$  en el nervio, debida al viento y considerando los nervios no pesantes, valdrá (Figura 16),  $N = N' / \cos \beta$ , donde  $\beta = \arctang (110/69,9) = 57,56^\circ$ . Sustituyendo,

$$N = 1,08 W$$

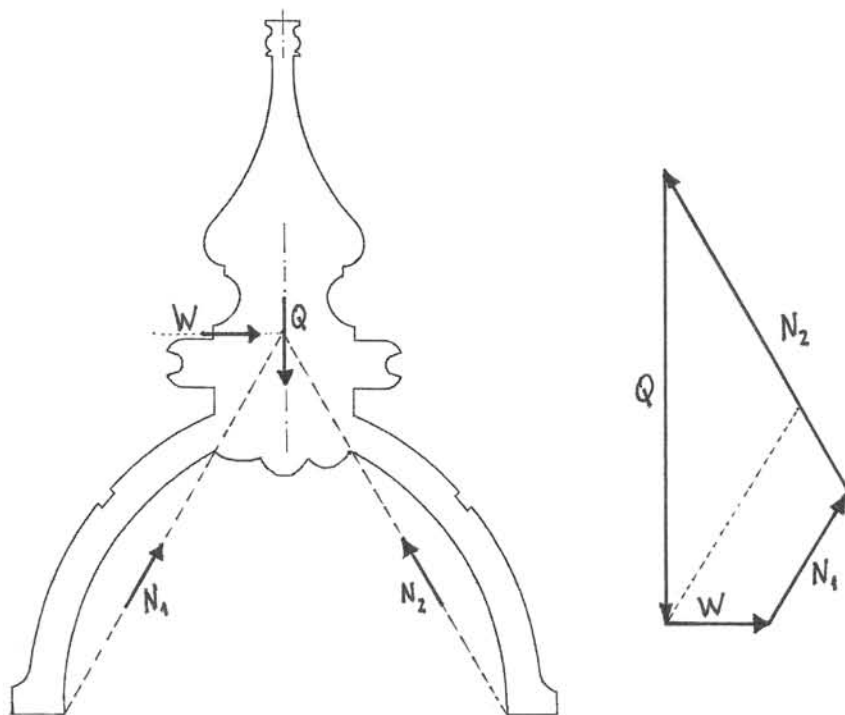
para  $W = 1,95 \text{ kN}$ ,  $N = 2,11 \text{ kN}$ . Esta fuerza produciría un momento flector  $(2,11) (0,25) = 0,53 \text{ kNm} = 530.000 \text{ Nmm}$ , que llevaría a una tensión máxima de tracción  $\sigma = 530.000/480.000 = 1,1 \text{ N/mm}^2$ .

Esta cantidad no puede sumarse directamente al valor máximo de la tensión por peso propio.: para introducir la fuerza del viento en la dirección de los nervios es preciso movilizar parte del peso del pináculo. De hecho las dos fuerzas  $N$  en los nervios producen una fuerza vertical

$$2 N \sin \beta = (2,11) (1,69) = 3,56 \text{ kN}$$

El pináculo ahora "pesa"  $(9 - 3,56) = 5,44 \text{ kN}$ . Es la tensión debida a este peso la que hay que sumar a la anterior. Si reducimos la tensión máxima calculada más arriba de  $0,92 \text{ N/mm}^2$  en la proporción en que se ha reducido el peso, tendremos una tensión de  $(5,44/9) (0,92) = 0,55 \text{ N/mm}^2$ . Sumando esta tensión a la producida por el viento de  $1,1 \text{ N/mm}^2$ , llegamos a una tensión máxima, aproximada, de  $1,65 \text{ N/mm}^2$  ó  $16,5 \text{ kg/cm}^2$ , con una "seguridad" de  $(11,2/1,65) = 7$ . Este valor correspondería a todo los nervios trabajando, sin fracturar, y en ausencia de contracción de los tirantes.

Como se ha visto si uno de los tirantes diagonales se contrae, sólo trabajan (en teoría) dos nervios, que soportan todo el peso del pináculo. Si en esta situación sopla el viento en la dirección del plano que contiene estos dos nervios, éstos deben también resistir la fuerza del viento. En la Figura 17 se explica el equilibrio, suponiendo que la resultante del viento actúa al nivel de la intersección de las líneas de acción de las fuerzas internas en los nervios, considerando asimismo, que pasa por los puntos de intradós en el arranque y en la cabeza. La línea de puntos se refiere al equilibrio sin viento con una fuerza en los nervios de 5,1 kN. El viento incrementa la fuerza hasta alcanzar 7,4 kN. (Por supuesto, se trata de sólo de una posible situación de equilibrio entre las infinitas en un arco hiperestático; se ha elegido porque conduce a las máximas tracciones en los nervios. No hay que olvidar que, al tratarse de un material frágil, no se aplican los teoremas fundamentales del análisis límite.)



**Figura 17.** Acción del viento sobre el templete cuando por la contracción del tirante trabajan sólo dos nervios

Así, pues, la fuerza en el nervio de sotavento es  $N_2 = 7,4$  kN. El momento flector máximo es de  $(7,4)(0,25) = 1,85$  kNm = 1.850.000 Nm, que conduce a una tensión máxima de tracción por flexión de  $(1.850.000/480.000) = 3,85$  N/mm<sup>2</sup> ó 38,5 kg/cm<sup>2</sup>, a comparar con una tensión de rotura de 11,2 N/mm<sup>2</sup>. Se trata de una tensión muy alta que, ayudada por otros factores (vibraciones, imperfecciones o concentraciones de tensión, etc.) llevaría con toda probabilidad a la rotura del nervio.

Es la concentración de carga por la contracción producida por los tirantes añadidos lo que ha llevado a la rotura de los nervios.

## **3.2 Templetes superiores con media naranja de sillería**

### **3.2.1 Descripción**

Los planos de las Figuras 18 y 19, de la documentación del proyecto de Javier Alonso, muestran claramente la geometría de estos templetes. Ahora, el gran pináculo superior está soportado por una delgada cáscara, soportada como antes por un grueso entablamento, que descansa, a su vez, sobre seis esbeltos pilares.

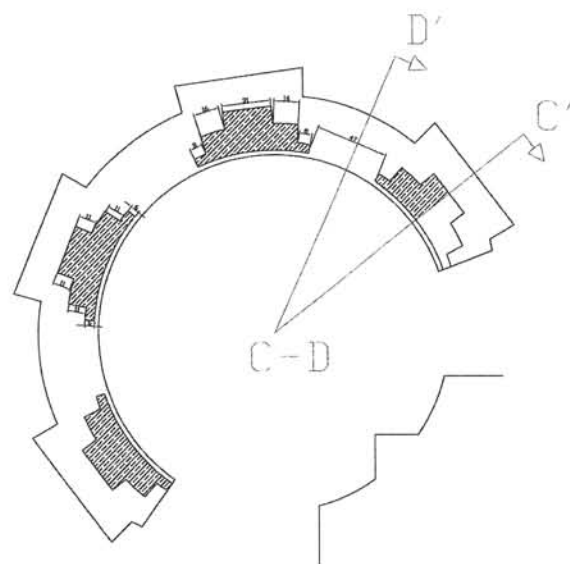
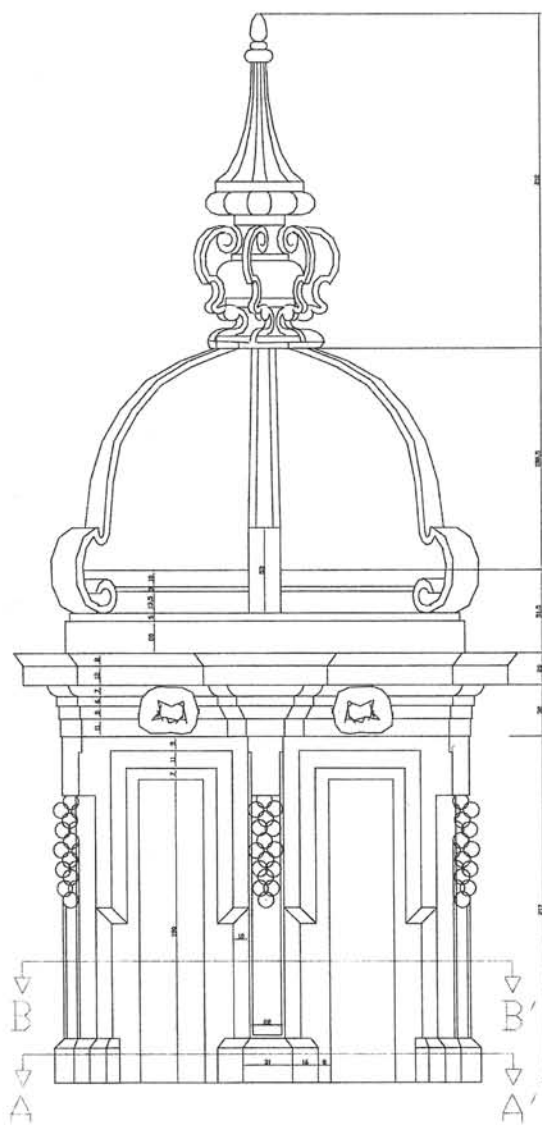
La luz libre interior es de unos 2,10 m. La cúpula está ligeramente peraltada y presenta seis nervios de resalto en el exterior. El peso de la cúpula se ha calculado en unos 29 kN (2.900 kg). El peso del pináculo es mucho más difícil de obtener dada la rica decoración; se ha estimado entre 5 y 8 kN (500 - 800 kg). Se trata, como se verá, de un peso muy grande para la delgada cúpula.

Las medias naranjas apoyan sobre un gran entablamento, análogo al de los templetes superiores, que descansa sobre seis pilares apilastrados.

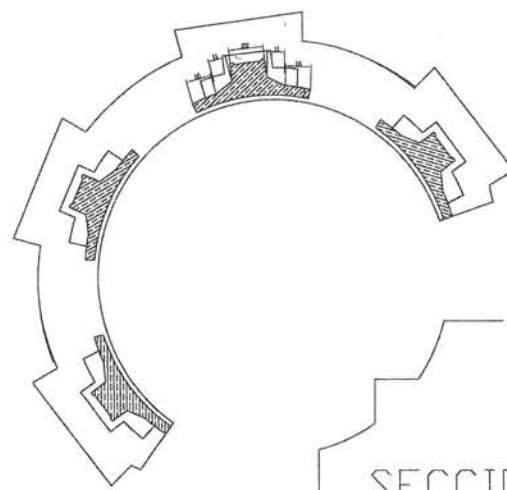
### **3.2.2 Daños estructurales**

Como en los templetes superiores, los inferiores llevan ya unos trescientos años en una situación expuesta y presentan los deterioros correspondientes. Sin embargo, se observan daños que no tienen origen en la acción del tiempo o de los agentes atmosféricos, sino a un problema estructural de origen. En las cuatro cúpulas hay visibles grietas meridianas (algunas de varios centímetros). Se aprecian asimismo deslizamientos y giros de los sillares. Los daños se limitan a las cúpulas: los entablamentos muestran grietas que parecen deberse a la desaparición de las juntas de mortero, dado que las grietas están presentes en la parte superior pero no tienen continuidad en la inferior, como puede apreciarse en las fotos.

Los agrietamientos de las estructuras de fábrica reflejan pequeños movimientos. En el caso de arcos y cúpulas las grietas suelen deberse a pequeños cedimientos de los sistemas de estribo. Heyman (1995, 1999) ha estudiado el tema en detalle. En la Figura 20 se recogen el agrietamiento típico de las cúpulas: el sistema de estribo ha cedido ligeramente hacia fuera. Un incremento de la luz en sentido radial de  $\Delta r$  se traduce en un incremento de la longitud de la circunferencia de  $(2\pi)\Delta r$  y la cúpula, que no es de goma, debe agrietarse. Nótese que los incrementos circunferenciales son 6 veces más grandes: un cedimiento muy pequeño conduce inevitablemente a grietas visibles. Cuando la cúpula es de sillería, las grietas suelen buscar las juntas verticales y los sillares en vez de romperse deslizan ligeramente. Las grietas aumentan de espesor hacia la base. La apertura hacia afuera conlleva un descenso de la clave.



SECCION A-A'

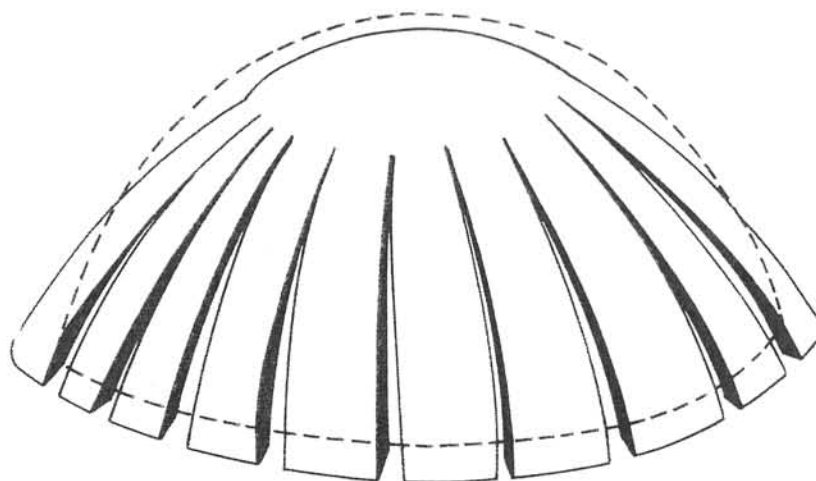


SECCION B-B'

**Figura 18.** Templo con media naranja de sillería. Alzado y planta (J. Alonso de la Peña)

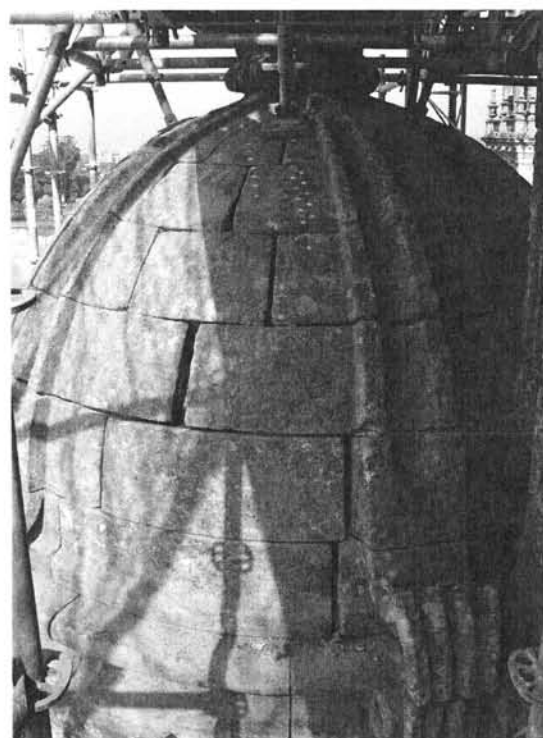
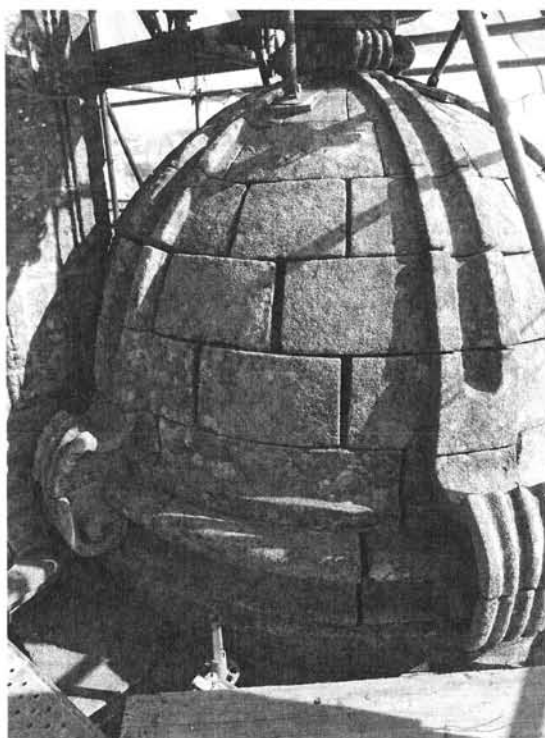






**Figura 20.** Agrietamiento típico de las cúpulas de fábrica por un ligero cedimiento del sistema de estribo (Heyman 1995)

En las medias naranjas de la torre del reloj se aprecian grietas meridianas pero, en vez de presentar un espesor creciente hacia la base, las grietas aumentan de espesor hasta alcanzar aproximadamente la mitad del cuarto de meridiano, y luego disminuyen de espesor hacia la base, Figura 21. Por tanto, el agrietamiento no corresponde al movimiento típico antes citado.



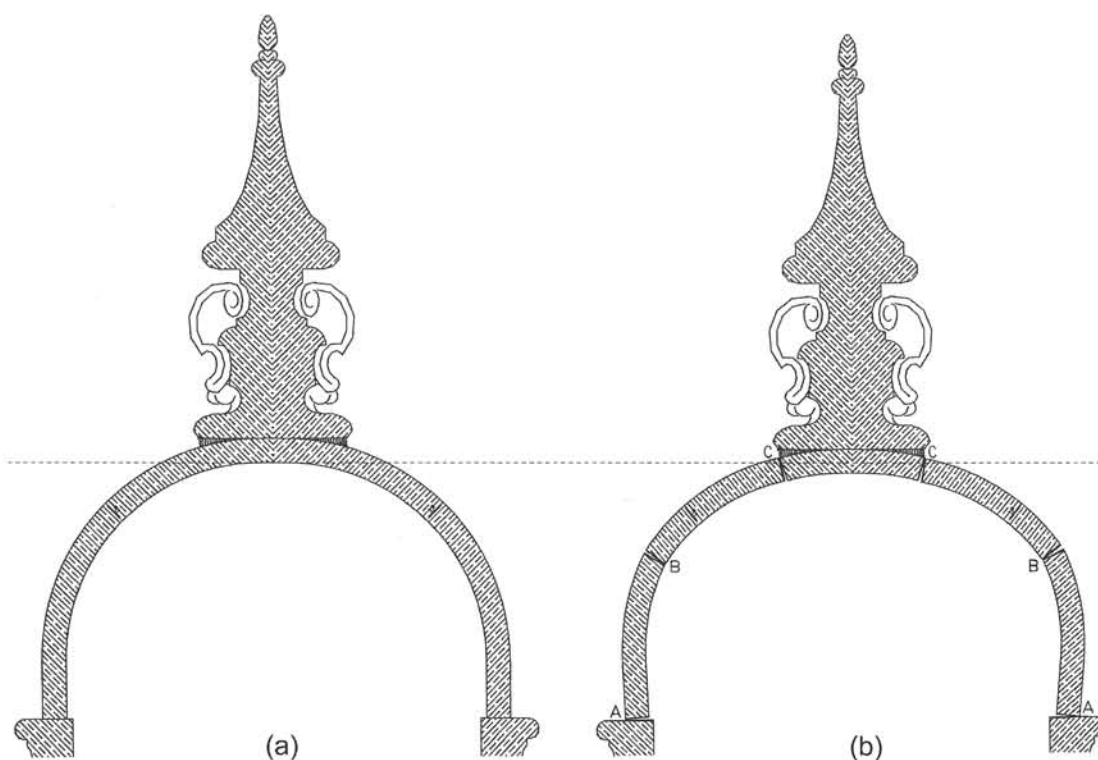
**Figura 21.** Agrietamientos típicos de las cúpulas de los templetes inferiores

Hay también grietas circunferenciales de articulación que permiten el necesario giro entre los distintos bloques en que se divide la cúpula. Las grietas que se abren hacia fuera son claramente visibles, Figura 22.



**Figura 22.** Grietas circunferenciales en las cúpulas (fotos de J. Alonso de la Peña)

El mecanismo de movimiento al que corresponden las grietas se ha dibujado en la Figura 23. Las grietas anulares A, B y C permiten el movimiento que se indica. Este movimiento implica necesariamente la apertura de grietas meridianas. Como se ha dicho hay una relación directa entre los movimientos horizontales y la extensión de las grietas meridianas. En la coronación y en la base no hay movimientos horizontales y, por tanto, no hay agrietamientos meridionales; éstos crecen hacia un máximo situado a la altura de B.



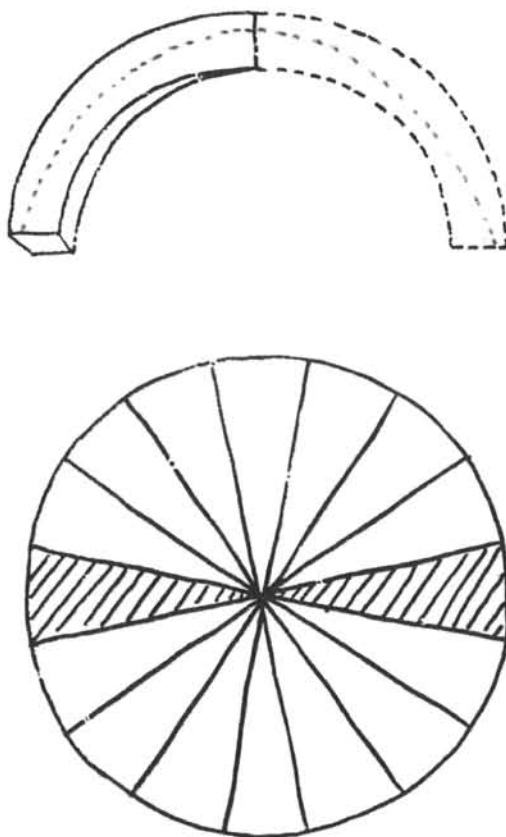
**Figura 23.** Agrietamientos y movimientos de las medias naranjas: (a) estado inicial sin agrietar; (b) estado agrietado

### 3.2.3 Análisis estructural

Las estructuras de fábrica deben obedecer los principios del análisis límite (resistencia a compresión infinita, nula resistencia a tracción y deslizamiento imposible) para poder realizar una estimación de su seguridad. Vimos como los nervios de los techos superiores violaban la segunda suposición: están trabajando a flexión y aparecen tracciones.

Para evaluar la situación de las cúpulas, consideraremos primero que no soportan ningún pináculo. Una media naranja de espesor constante precisa de un espesor mínimo de, aproximadamente, un 4% del radio. En este caso, con un radio de 1,10 m, el espesor mínimo sería de 4,2 cm. La cúpula tiene un espesor de 12 cm y, por tanto, el coeficiente geométrico de seguridad, resultado de dividir el espesor real por el espesor límite, es de 3.

A continuación se ha realizado un análisis de la cúpula con pináculo. Se ha tomado la estimación más baja, 500 kg. El análisis se ha hecho aplicando el método de los cortes, para un material estándar que cumple los principios del análisis límite, Figura 24.

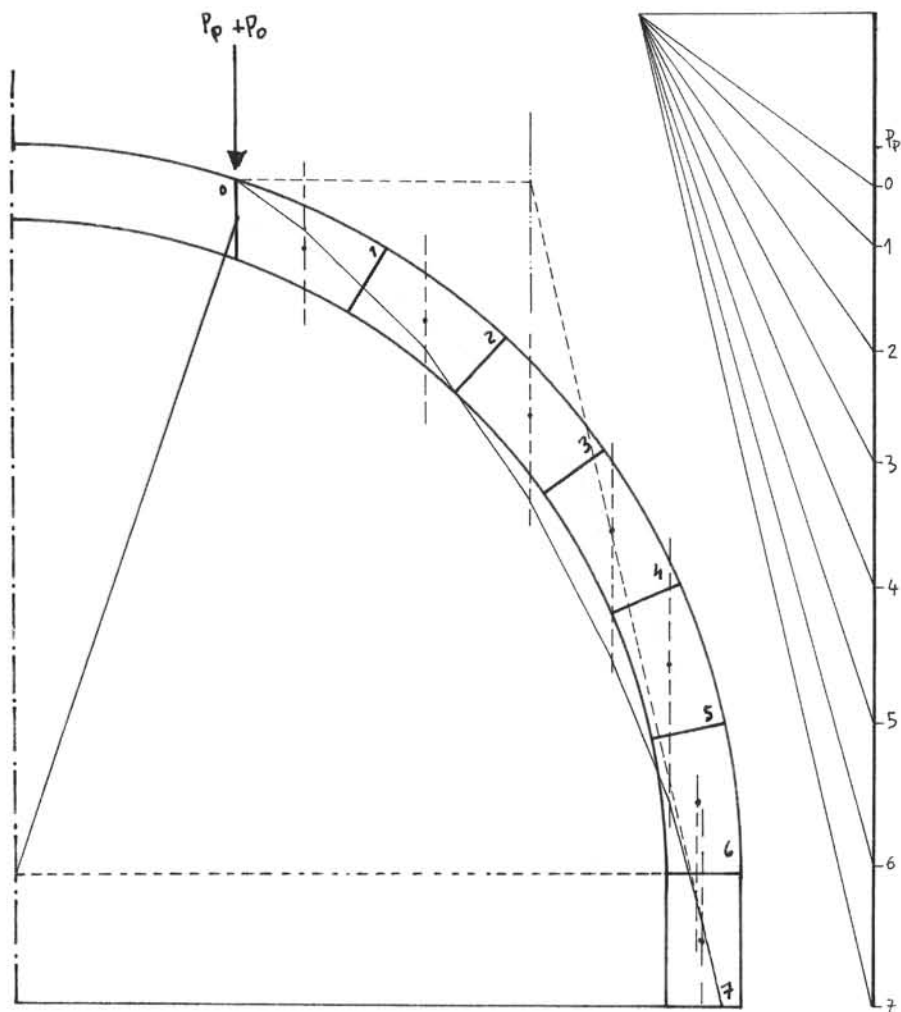


**Figura 24.** Aplicación del método de los cortes en el análisis de cúpulas de fábrica. A puntos se ha dibujado una posible línea de empujes (Huerta 2004, según Heyman 1995, 1999)

Así, se ha imaginado la cúpula dividida en gajos independientes, cada dos gajos soporta su propio peso y una parte del peso del pináculo. En el análisis, se ha considerado que el pináculo forma un cuerpo con las dovelas de la cúpula que lo soportan. Dada la simetría de revolución, resulta cómodo trabajar con los pesos totales. El análisis de equilibrio se realiza, entonces, de la manera habitual, Figura 25. Nótese que la superficie de empujes se sale con claridad de la fábrica incluso para la estimación más baja del peso del pináculo. En la Figura:

$P_p = 5 \text{ kN}$  (500 kg);  $\Sigma P_i = 29 \text{ kN}$  (2900 kg).

(Se ha elegido el análisis gráfico por comodidad. Un análisis algebraico, integrando la ecuación diferencial de equilibrio, daría el mismo resultado, como lo haría también un análisis de elementos discretos, etc. Es el análisis de equilibrio respetando la condición de cedencia del material, y no la herramienta empleada, lo que garantiza la corrección del análisis.)



**Figura 25.** Análisis de equilibrio de la cúpula con el pináculo. La superficie de empujes no puede estar contenida dentro de la fábrica

Cualquier otro análisis de equilibrio a compresión conduciría al mismo resultado. De hecho, es imposible encontrar una solución de equilibrio a compresión, dado el elevado peso del pináculo.

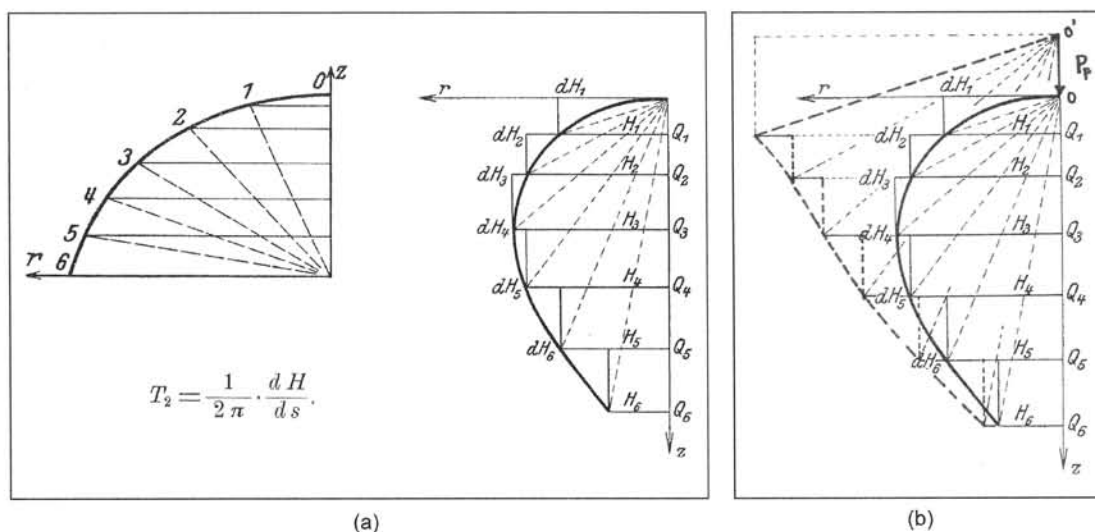
Podría parecer que la consideración de tensiones anulares de compresión en la parte superior permitiría mejorar la situación. No es así. En las cáscaras de revolución, la adición de una carga sobre la coronación (una linterna, un pináculo), hace que la zona de tracciones, ascienda hasta ocupar toda la cúpula (Dischinger 1928). Esta observación se verifica con facilidad empleando el método gráfico de Eddy/Dischinger (Huerta 2004).

Para un estado de membrana las fuerzas internas deben ser tangentes a la superficie media. En la Figura 26 (a) se explica el método. Se divide la cáscara de revolución en anillos de pesos  $Q_1, Q_2$ , etc. y se trazan paralelas a los puntos 1, 2, etc. (el dibujo es sólo un esquema) desde el vértice O y paralelas por los extremos de  $Q_1, Q_2, \dots$ . Cada triángulo representa el equilibrio del casquete por encima del plano considerado. Para conseguir el equilibrio hacen falta las fuerzas horizontales  $dH_1, dH_2, \dots$  que se dirigen hacia fuera en la parte superior (son de compresión) y hacia dentro en la parte inferior (de tracción). Cada fuerza está producida por la compresión o tracción en un anillo  $ds_1, ds_2, \dots$ . La compresión o tracción en el anillo vale  $dH/2\pi$  y la tensión anular correspondiente:

$$N_\theta = T_2 = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{dH}{ds}$$

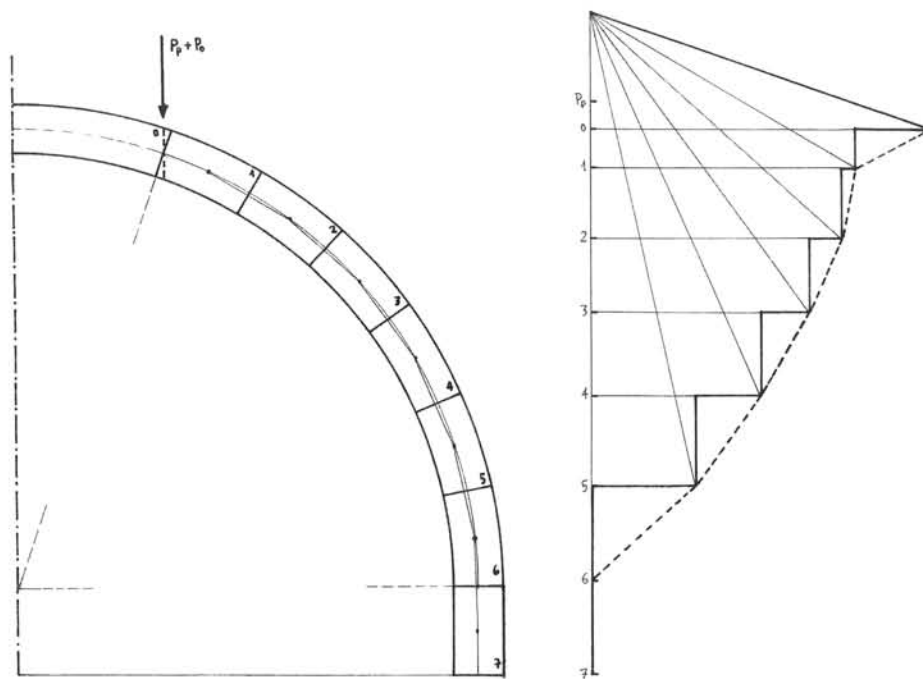
La condición de que la transmisión de fuerzas meridianas sea tangente a la superficie media se consigue mediante compresiones y tracciones en los anillos.

Si se añade la fuerza  $P_p$  en la clave, Figura 26 (b), el polo pasa a ser el punto O' y al trazar las paralelas de nuevo puede verse que todos los  $dH$  son de tracción. Por tanto, la solución de membrana implica que la fábrica tenga que resistir tracciones. En la Figura 27 se presenta el análisis gráfico de membrana para las cúpulas de los temples, observándose el mismo tipo de fábrica.



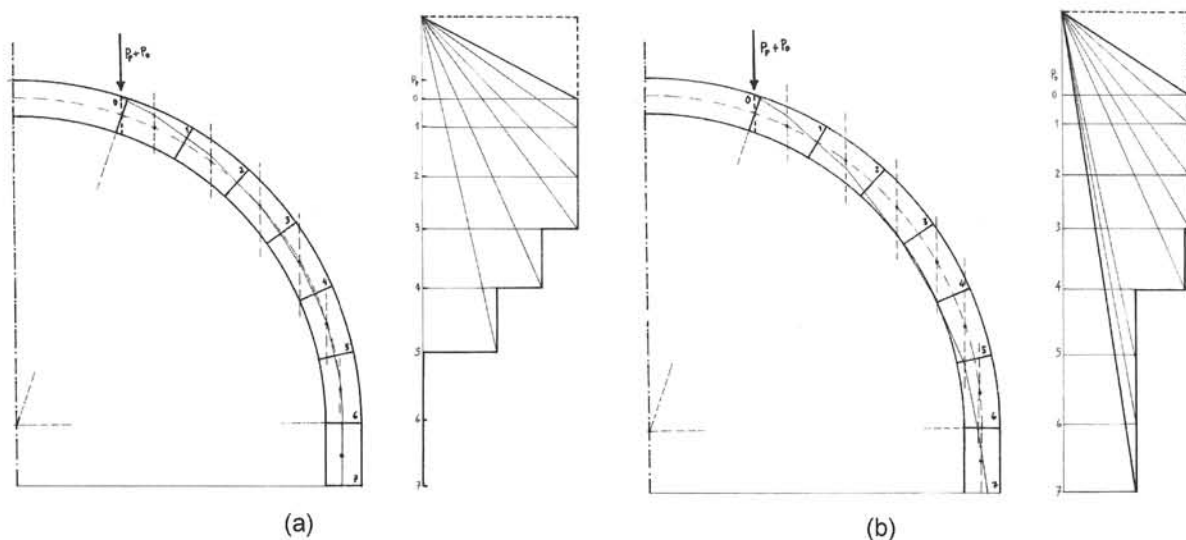
**Figura 26.** Método de Eddy/Dischinger. (a) Aplicación del método a una membrana cualquiera (Dischinger 1928); (b) efecto de la adición de una carga puntual  $P_p$  (modificación del autor)





**Figura 27.** Análisis gráfico de membrana. La forma del escalonado indica tracciones anulares en toda la cúpula (para un pináculo de 5 kN ó 500 kg)

Es posible hacer también análisis mixtos en los que una parte de la cúpula se considera dividida en gajos (fuerzas anulares cero) y el resto está trabajando en estado de membrana. Puede también alternarse a voluntad un estado y otro. Esta posibilidad fue sugerida ya por Eddy (1878) y después retomada por otros, por ejemplo Föppl (1881). El método ha sido retomado por Lau (2006). El enfoque es perfectamente válido para la fábrica si los esfuerzos anulares son siempre de compresión. En la Figura 28 se dan dos ejemplos de solución mixta.



**Figura 28.** Ejemplos de solución mixta de equilibrio con tensiones anulares cero en la parte superior y de membrana en la inferior

## Efecto del rozamiento

Se ha visto que es imposible que las cúpulas soporten los pináculos. Sin embargo, es un hecho que han soportado su peso durante cerca de 300 años, si bien en la actualidad dos de ellos se encuentran enormemente deformados según el modelo de agrietamiento de la Figura 23.

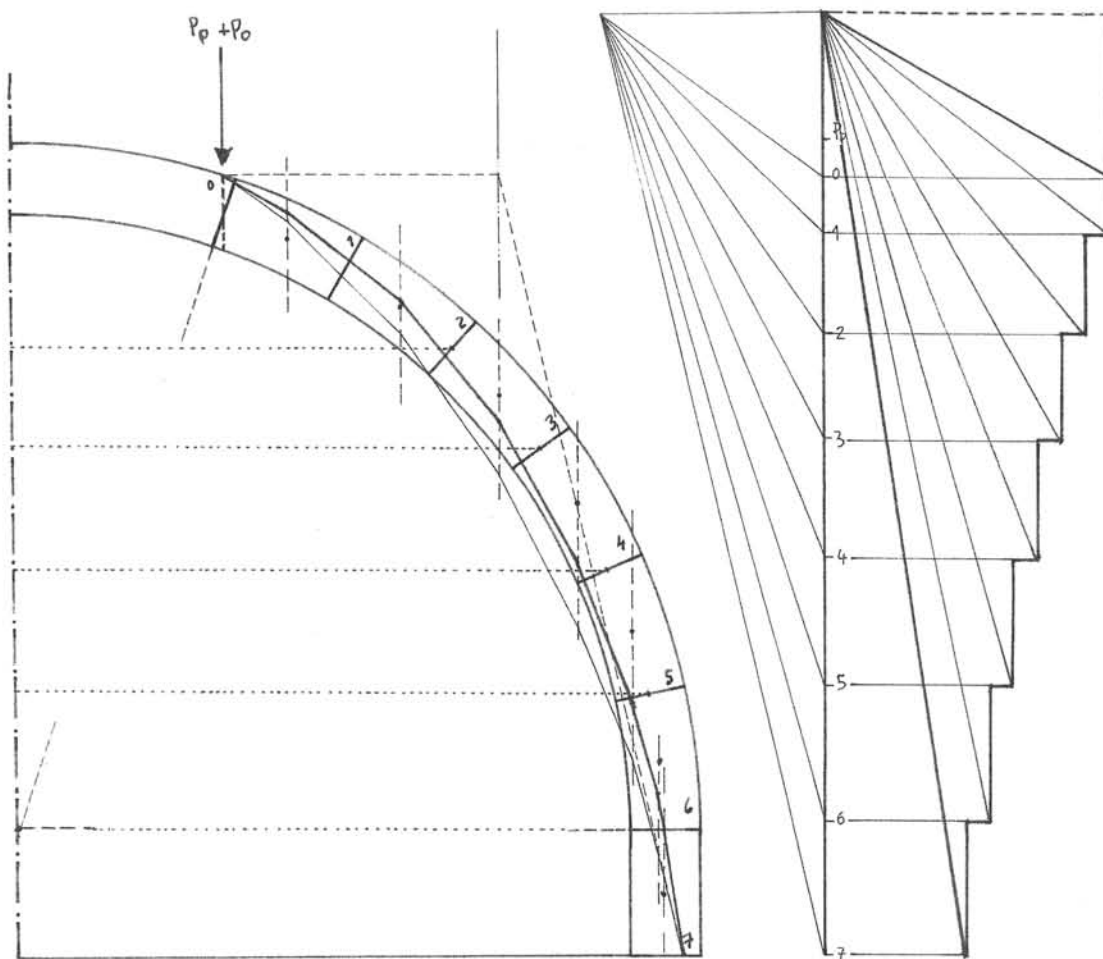
Cabría, pues, preguntarse de qué forma las cúpulas han conseguido introducir las fuerzas meridianas en su espesor. La respuesta es evidente: gracias a la resistencia a tracción de los sillares y a las fuerzas de rozamiento generadas en los solapes de los sillares que permiten “salvar” la discontinuidad introducida por las juntas verticales.

D'Ayala y Casapulla (2001) han explorado esta posibilidad, aplicándola al caso de cúpulas y, posteriormente, de bóvedas en rincón de claustro (D'Ayala y Tomassoni 2008). Parece haber pasado desapercibido que fue Rankine (1858) quien consideró la posibilidad de que una fábrica de bloques (de ladrillos) pudiera presentar resistencia a tracción debido a las fuerzas de rozamiento producidas en los solapes entre los bloques por la carga transmitida a su través.

No resulta difícil encontrar soluciones de equilibrio de cúpulas muy delgadas considerando las fuerzas de rozamiento, como ha señalado ya Lau (2006). En la Figura 29 se muestra una solución, para el pináculo de 5 kN (500 kg) en la que es sólo necesario que la fuerza transmitida en los solapes sea sólo de 0,15 kN (15 kg) lo que implica una fuerza total horizontal por junta de  $(0,15)(2\pi) = 0,94$  kN (94 kg). Fijando esta cantidad, resulta sencillo dibujar la superficie de empujes de la Figura. Ahora, se pueden calcular las fuerzas totales en las juntas  $F_\phi$  y, a continuación, las resultantes de tensiones correspondientes  $N'_\phi = F_\phi/2\pi r$ . (Nótese que las  $N'_\phi$  no son de membrana, i. e., no son en general tangentes a la superficie media.) Si se considera un cierto solape mínimo  $s$  de, digamos, 10 cm y un coeficiente de rozamiento  $\mu = 0,6$  ( $\phi = 31^\circ$ ), entonces, las fuerzas anulares valen  $F'_\phi = N'_\phi s \mu$ . Finalmente, se puede calcular el solape mínimo  $b$  para obtener la fuerza de 0,15 kN. Los números se resumen en la siguiente Tabla 1:

Junta	$F_\phi$ (kN)	$r$ (m)	$N'_\phi$ (kN/m)	$F'_\phi$ (kN)	$\Delta H$ (kN)	$b$ (cm)
2	14,9	0,75	3,15	0,19	1,18	8
3	17,9	0,9	3,16	0,19	1,19	8
4	21,2	1,02	3,32	0,2	1,25	7,5
5	25,3	1,08	3,73	0,22	1,41	6,7
6	28,7	1,1	4,3	0,26	1,62	6
7	34,4	1,1	4,98	0,3	1,88	5

**Tabla 1.** Valores de las cantidades deducidas de la Figura 29



**Figura 29.** Solución de equilibrio considerando la fuerza de rozamiento que se produce en los solapes de los sillares. La solución no es segura

La superficie de empujes de la Figura 29 y los valores de la Tabla 1, con solapes muy pequeños, podrían hacer pensar que la solución encontrada es segura, pero no tiene por qué ser así. En efecto, en presencia de un rozamiento finito la estructura puede no ser capaz de encontrar la situación de equilibrio obtenida por el calculista. Por tanto, en el estado actual de conocimientos (que se discutió en el apartado 2.6), la solución de la Figura 29 **NO ES SEGURA**.

Por otra parte, es un hecho que dos de los templete han experimentado enormes deformaciones que los han puesto al borde del colapso, a pesar de que no ha habido movimientos del sistema de apoyo. Los otros dos templete presentan un estado intermedio, pero no hay duda que están evolucionando a la misma situación crítica. Esta situación no se produce nunca en una estructura que cumple los principios del análisis límite: en este caso, no se hubiera producido si los templete hubieran sido más gruesos y se hubiera podido encontrar una superficie de empujes dentro de la fábrica, sin tracciones ni contar con un rozamiento finito.

### 3.2.4 Propuesta de intervención. Colocación de zunchos

Las medias naranjas de los templete no pueden soportar con seguridad los pesados pináculos y deben ser reforzadas. De hecho, la configuración de grietas de la figura 23 (b) constituye un mecanismo de colapso cinemáticamente admisible. El hundimiento ha sido impedido temporalmente por las fuerzas de rozamiento de los sillares. Para impedirlo definitivamente hay que añadir un elemento externo que suministre la resistencia a tracción: las cúpulas deben ser zunchadas.

La adición de zunchos a las cúpulas es un tipo de intervención muy antigua, que presenta notables ventajas respecto a otras posibles:

- 1) el zuncho resuelve por completo el problema de estabilidad, aumentando el coeficiente de seguridad hasta el grado requerido.
- 2) es una intervención barata que requiere mínimo material y mano de obra.
- 3) si el zuncho es externo, es completamente reversible.

Si, por motivos de estética, se decide colocar zunchos internos, tras el desmontaje previo de la cúpula, el zuncho sigue siendo la opción más barata y eficaz entre las posibles. Más adelante se discutirá esta opción.

#### Cálculo del zuncho

El cálculo del zuncho puede hacerse con completa confianza dentro del marco del análisis límite, siempre que se coloque un zuncho de material dúctil, como el acero.

Dada la simetría de revolución, el cálculo es extraordinariamente sencillo. La tracción del zuncho  $T$ , de radio  $R$ , resiste una fuerza radial uniformemente distribuida  $q$ , según la conocida expresión:  $T = q \times R$ . Multiplicando a los dos lados por  $2\pi$ , obtenemos  $(2\pi) T = (2\pi) q \times R$ , esto es,  $(2\pi) T = q \times (2\pi R) = H$ , donde  $H$  es la fuerza total radial resistida por el zuncho. De manera que

$$T = \frac{H}{2\pi}$$

Si el zuncho en vez de ser circular es poligonal, la fórmula anterior se modifica y toma la forma

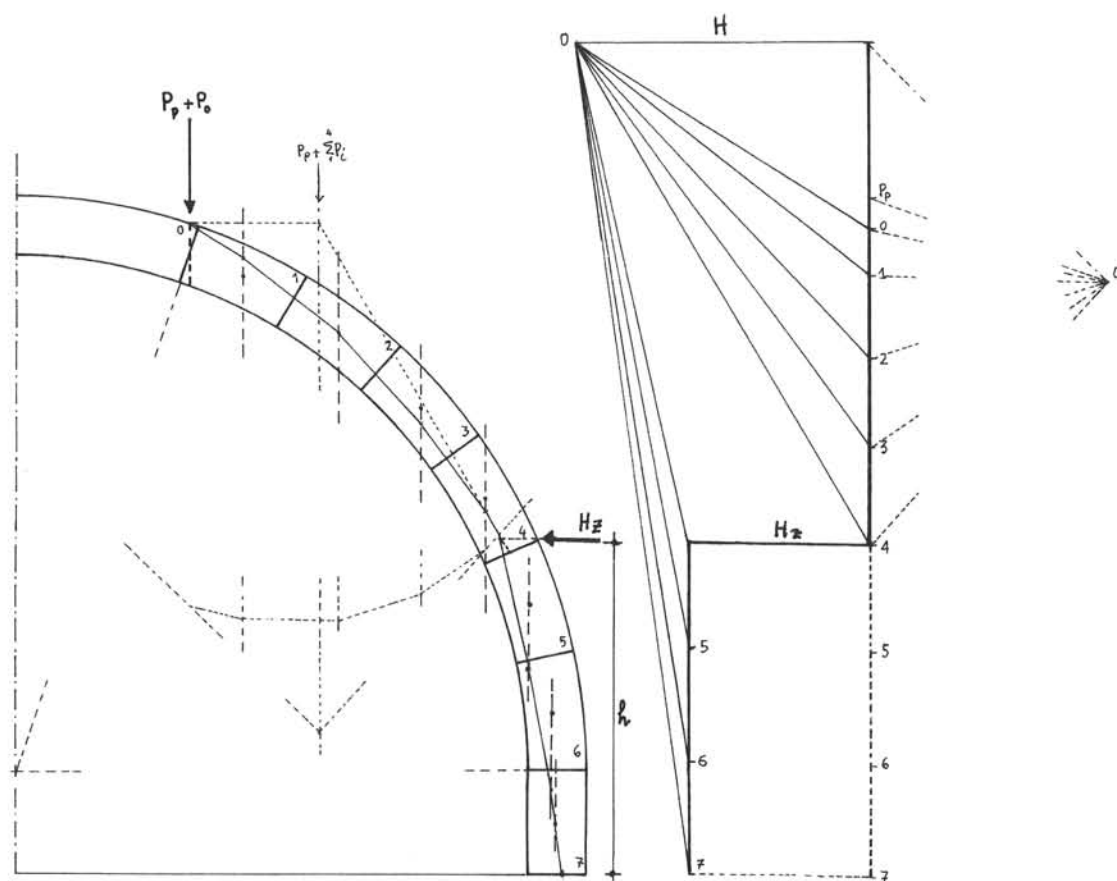
$$T = \frac{H}{2\pi} \left( \frac{\alpha}{\sin \alpha} \right)$$

donde  $\alpha = \pi/n$ , siendo  $n$  el número de lados del polígono. Para  $n = 6$ ,  $\alpha = 30^\circ$ , y el factor entre paréntesis vale 1,05.

En la Figura 30, se ha realizado el cálculo gráfico para el pináculo de 8 kN (800 kg) que es el valor máximo estimado del peso del pináculo. El zuncho se ha situado a una altura de unos 0,7 m desde el arranque de la cúpula, de manera que queda hacia la mitad de la tercera hilada empezando por abajo. De esta forma el zuncho puede abrazar con seguridad la hilada.

El cálculo gráfico expresa con claridad la validez de la solución y la seguridad de la superficie de empujes dentro de la fábrica. (Se podría haber efectuado analíticamente, fijando la posición deseada de la resultante en la base y tomando momentos.)

La fuerza radial total que deber ser resistida vale  $H_z = 8 \text{ kN}$  y el zuncho debe resistir con seguridad una fuerza  $T_z = 8/(2\pi) = 1,3 \text{ kN}$  ó 130 kg. Se trata de una fuerza muy pequeña. La fuerza se debe incrementar si el zuncho es hexagonal y pasaría a ser 1,37 kN.



**Figura 30.** Cálculo del zuncho para centrar la superficie de empujes dentro de la cúpula

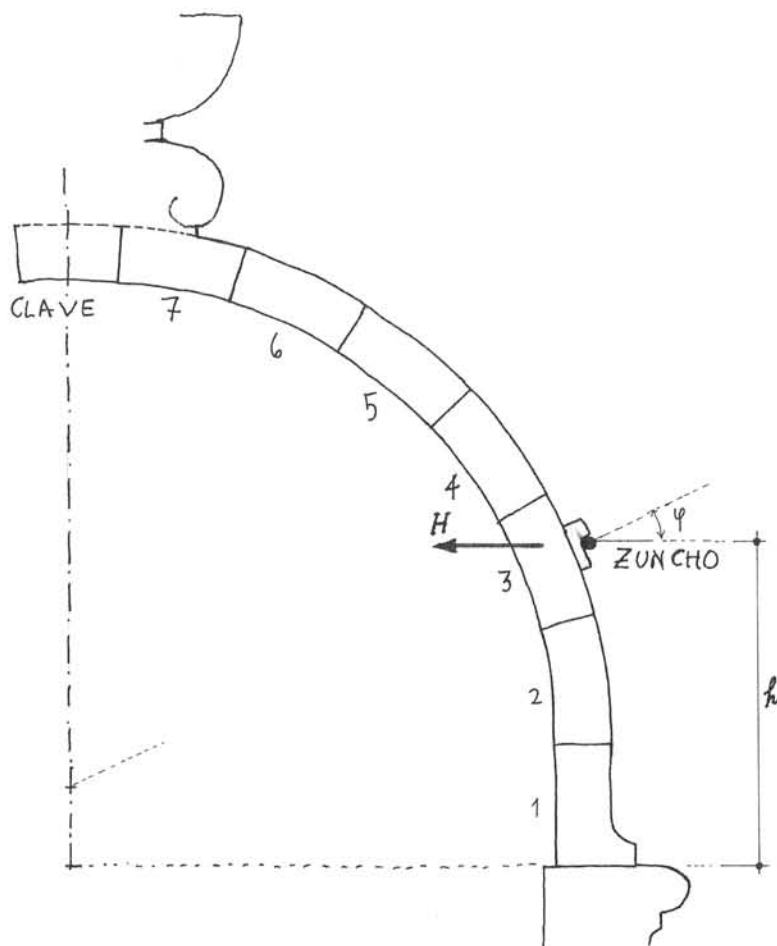
Por otra parte, las cúpulas están fuertemente distorsionadas y el cálculo se ha realizado para la geometría sin deformar. El descenso de la clave se ha medido y está alrededor de 8 cm; dado que la rótula anular se sitúa hacia la mitad entre clave y arranques, el radio se habría incrementado a esa altura en unos 8 cm, conduciendo a un incremento de la circunferencia de  $(2\pi) 8 = 50 \text{ cm}$ . Hay unos 18 sillares por hilada, y esto llevaría a una apertura media de las grietas de  $(50/18)$ , unos 3 cm; esto concuerda con lo observado. El incremento del empuje horizontal por descenso de la clave se puede estimar de forma conservadora en un una vez

y media, para un incremento de la luz de alrededor del 7% (Zessin, Lau, Ochsendorf 2010). La fuerza sería entonces  $(1,37) (1,5) = 2 \text{ kN}$ . Para un acero inoxidable con una tensión de cedencia de  $200 \text{ N/mm}^2$ , y aplicando un coeficiente de seguridad de 1,5, bastaría un redondo de  $15 \text{ mm}^2$  de sección, esto es, un diámetro de 4,4 mm. Empleando un acero de mayor límite elástico se podría reducir la sección.

Sería imprudente colocar un elemento estructural de una sección tan fina, que casi podría cortarse con alicates. Así, por motivos constructivos se dispondrá un redondo o cable de 10 mm de diámetro. De esta forma, el coeficiente de seguridad respecto a las tensiones sería superior a 5. Como suele ocurrir en problemas de estabilidad la fuerza necesaria es muy pequeña, pero el elemento que la produce debe estar presente y estar garantizada su durabilidad.

#### Colocación del zuncho. Disposiciones constructivas

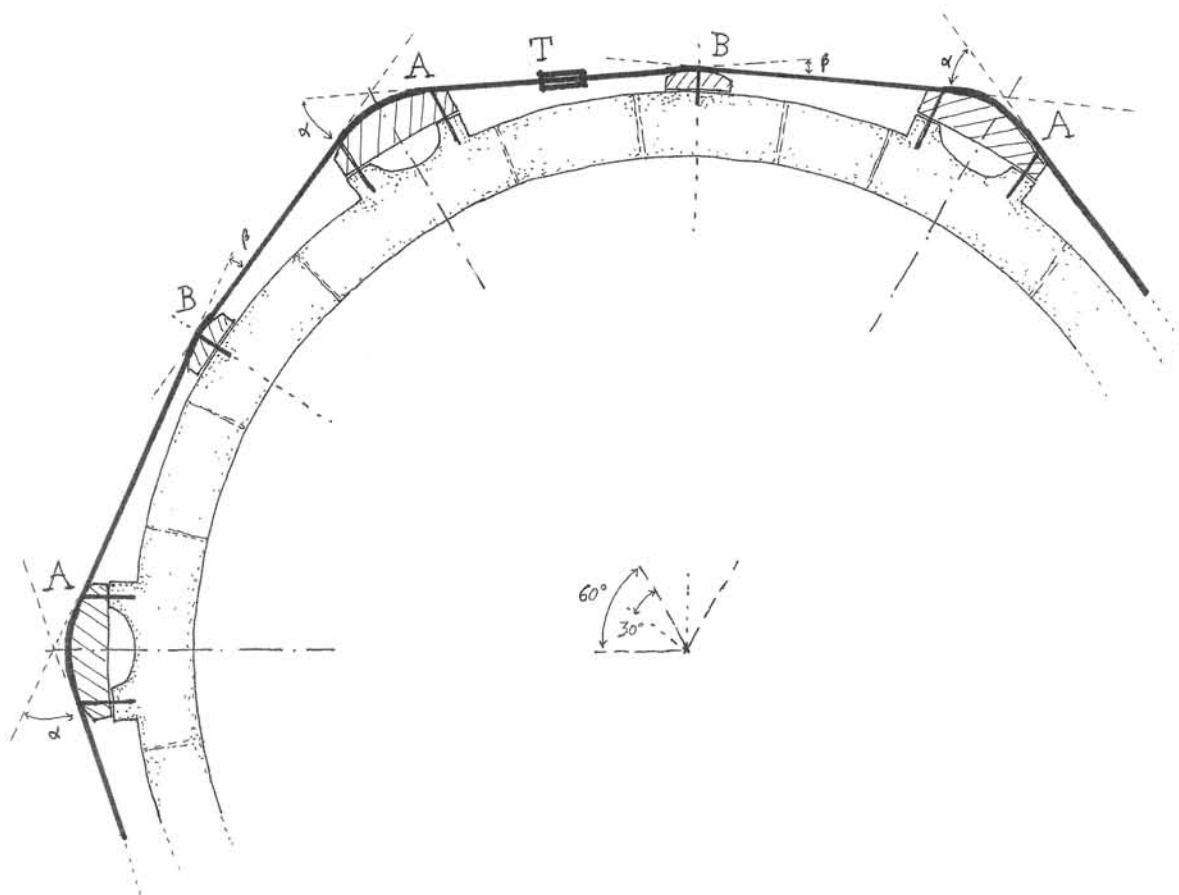
En la Figura 31 se muestra la sección de la media naranja, indicando el despiece de dovelas de forma aproximada: se ha repartido la distancia entre la clave central y el arranque en 7 partes iguales. El zuncho se colocará en la mitad de la tercera hilada.



**Figura 31.** Colocación del zuncho en la mitad de la tercera hilada desde abajo

La fuerza  $H$  que debe resistir el zuncho es en sentido horizontal y forma un ángulo con la normal al meridiano de  $25^\circ$ . Se deben prever las condiciones para que no se produzca el deslizamiento. El elemento de apoyo sobre la piedra debe tener un ángulo de rozamiento mayor con la piedra y/o debe estar anclado con seguridad (en el caso de apoyos de piedra, quizá con varillas de fibra de carbono). (El ángulo de rozamiento de piedra sobre piedra es de unos  $35^\circ$ .)

El zuncho se puede disponer de muchas maneras. En la Figura 32 se propone una solución orientativa, en la que los elementos de apoyo del zuncho son pequeños bloques de piedra, pero se pueden emplear otros elementos de transición de madera o acero inoxidable. La piedra tiene la ventaja de ser más duradera, pero el zuncho que se propone es provisional. Los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  pueden variar ligeramente, pero el funcionamiento, para las proporciones de la figura será el del zuncho hexagonal calculado antes.



**Figura 32.** Disposición del zuncho en horizontal. Los apoyos A y B se han supuesto de piedra, pero pueden ser de otra forma u otro material. El tensor T servirá para tensar el zuncho tras su colocación (sección a la altura  $h$  de la Fig. 31)

En cualquier caso, los elementos principales de apoyo se A disponen sobre los nervios de resalto y transmiten la mayor parte de la fuerza del zuncho. Los elementos sobre los paños intermedios, B, sólo separan al zuncho de la piedra. Los apoyos de piedra deberán presentar una superficie rugosa, la natural de la labra tradicional, y NO la superficie lisa del corte a máquina. Los apoyos presentarán un resalto (como en la Fig. 31) o una acanaladura, para impedir por completo el deslizamiento del zuncho sobre la piedra. La zona de apoyo del cable, resalto o acanaladura, sí debe estar pulida para que el cable presente un rozamiento mínimo con la piedra en esa zona. Eso permitirá tensar el zuncho con facilidad.



#### **4. Conclusiones y propuestas de intervención**

##### **4.1 Templetes superiores**

- 1) Los templetes superiores presentan seis nervios enterizos de granito que trabajan a flexión para soportar el peso del pináculo de remate. Si trabajan los seis nervios las tensiones son moderadas y, de hecho, los templetes han sobrevivido hasta la actualidad.
- 2) Hay evidencia de intervenciones anteriores (sin fechar, mediados del siglo pasado). Se colocaron tirantes en la base de los nervios y se rellenó el cajeado de algunos con lechada de cemento Portland. Uno de los nervios fue sustituido y otro, ya partido, fue unido mediante una espiga y mortero de cemento. Esta última reparación no garantiza por mucho tiempo la resistencia a flexión.
- 3) Los tirantes se oxidaron y la unión se hizo rígida y empotrada. Los tirantes hicieron que la carga se concentrara en sólo dos nervios; las tensiones se multiplicaron por tres. Como resultado de ello se produjeron fracturas en la base de muchos de los nervios y, en uno de los templetes, se partió un nervio, el mismo templete del nervio partido y mal reparado, antes citado. En este último templete, los nervios están trabajando a altas tensiones de tracción para la piedra, y hay peligro de hundimiento.

##### *Intervención*

- 4) Eliminar los tirantes de hierro de todos los templetes, aflojando primero las tuercas para destensarlos suavemente.
- 5) En el templete con dos nervios rotos: desmontar el templete y sustituir los nervios por nuevos nervios de la misma piedra (granito). El asiento se hará por medios tradicionales mediante cuñas y mortero de cal.

##### **4.2 Templetes inferiores**

- 6) Los templetes inferiores están rematados por delgadas cúpulas que soportan un pesado pináculo. El espesor de las cúpulas es insuficiente para contener una superficie de empujes de compresión. Tiene que haber tensiones anulares de tracción. Las tensiones son muy bajas y la piedra las puede absorber; el punto crítico son las juntas. La tracción se transmite por el rozamiento generado por las fuerzas meridionales sobre los solapes entre sillares.

- 7) La solución no es segura dentro del marco del análisis límite. Las cúpulas presentan diferentes grados de agrietamiento por deslizamiento de los sillares. En dos de ellas las deformaciones han distorsionado gravemente su forma y la situación es crítica. En cualquier caso, en el estado actual de la teoría, no se puede medir la seguridad y es preciso intervenir.

#### *Intervención*

- 8) Provisional: colocar uno zuncho exterior a la altura de la tercera hilada empezando por abajo (como se ha indicado más arriba) con una sección circular de 10 mm de diámetro, en acero inoxidable con una tensión de cedencia mayor o igual a 200 N/mm<sup>2</sup>. Los zunchos se colocarán en los cuatro templetes. Apoyarán en los nervios radiales y también en los paños intermedios, sin romper la piedra actual. La intervención es barata, rápida y segura.
- 9) Permanente: desmontar los templetes y volverlos a montar para recuperar la geometría original. En los lechos de las hiladas tercera y cuarta, empezando desde el arranque, insertar dos zunchos de sección circular no menor de 8 mm de diámetro, de acero inoxidable de las características citadas en 8). Los zunchos deberán disponerse de manera que queden tensados y protegidos de las inclemencias del tiempo (quizá siguiendo el método tradicional, recubiertos de una camisa de plomo).
- 10) En todas las intervenciones se empleará mortero de cal hidráulica sin ningún tipo de aditivos.

Todo lo cual afirmo y rubrico según mi leal saber y entender en Madrid, a 6 de noviembre de 2011.



Firmado:

Santiago Huerta Fernández

Profesor Titular del Departamento de Estructuras

Escuela Técnica Superior de Arquitectura. Universidad Politécnica de Madrid

## 5. Bibliografía

- D'Ayala, D. y C. Casapulla. 2001. «Limit state analysis of hemispherical domes with finite friction». *Historical Constructions 2001. Proceedings of the 3rd. International Seminar. Guimaraes 7-9, November*, P. B. Lourenço and P. Roca, eds. Guimaraes: Universidade do Minho, 2001, pp. 617-626.
- D'Ayala, D. F. y E. Tomasoni. 2008. «The structural behaviour of masonry vaults: Limit state analysis with finite friction». *Structural Analysis of Historic Construction (Proc. VI Int. Conference on Structural Analysis of Historic Construction, SAHC08, 2-4 July, Bath)*, ed. por D. D'Ayala y E. Fodde. London: Routledge, pp. 47-61
- De Josselin de Jong, G. 1966. «Lower bound collapse theorem and lack of normality of strain rate to yield surface for soils». *Rheology and Soil Mechanics: IUTAM Symposium Grenoble 1964*. Berlin: Springer Verlag, 1966, pp. 69-78
- De Saxcé, G. y L. Bousshine. 1998. «Limit analysis theorems for implicit standard materials: Application to the unilateral contact with dry friction and the non-associated flow rules in soils and rocks». *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 40, pp. 387-398.
- Dischinger, Franz. 1928. *Schalen und Rippenkuppeln* (4a ed. Handbuch der Eisenbetonbau. VI Band, Zweiter Teil). Berlin: Verlag von Wilhelm Ernst und Sohn.
- Drucker, D. C. 1954. «Coulomb Friction. Plasticity and Limit Loads». *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 21, pp. 71-74.
- Eddy, Henry T. 1878. *Researches in Graphical Statics*. New York : Van Nostrand.
- Föppl, August. 1881. *Theorie der Gewölbe*. Leipzig: Felix
- Heyman, J. 1995. *Teoría, historia y restauración de estructuras de fábrica. Colección de ensayos*. Editado por S. Huerta. Madrid: Instituto Juan de Herrera.
- Heyman, J. 1999. *El esqueleto de piedra. Mecánica de la arquitectura de fábrica*. Madrid: Instituto Juan de Herrera / CEHOPU.
- Huerta Fernández, S. 2001a. «Mechanics of masonry vaults: The equilibrium approach» *Historical Constructions. Possibilities of numerical and experimental techniques. Proceedings of the 3rd. International Seminar. Guimaraes 7-9, November*, P. B. Lourenço and P. Roca, eds. Guimaraes: Universidade do Minho, pp. 47-69.

- Huerta Fernández, Santiago. 2004. *Arcos, bóvedas y cúpulas. Geometría y equilibrio en el cálculo tradicional de estructuras de fábrica*. Madrid: Instituto Juan de Herrera.
- Lau, Wanda. 2006. *Equilibrium analysis of masonry domes*. Ms. Thesis: Massachusetts Institute of Technology.
- Livesley, R.K. 1978. «Limit Analysis of Structures Formed from Rigid Blocks». *International Journal Numerical Methods in Engineering*, Vol. 12, pp. 1853-71.
- Rankine, W. J. M. 1858. *A Manual of Applied Mechanics*. London: Charles Griffin.
- Timoshenko, S. P. y D. H. Young. 1966. *Elementos de resistencia de materiales*. Barcelona: Montaner y Simón.
- Zessin, Jennifer; Wanda Lau y John Ochsendorf. 2010. «Equilibrium of cracked domes». *Engineering and Computational Mechanics (Proceedings of the Institutio of Civil Engineers)*, Vol. 163, pp. 135-145.

## **6. Láminas**

(Las fotos 1, 9, 19, 43, 44, 51, 57 y 58, son de J. Alonso de la Peña; el resto de S. Huerta)



1



2



3





4



5



6

Atirantamiento radial en el arranque de los nervios



7



8

Fracturas producidas por el atirantamiento





9



10

Detalle de fractura y reducción de la luz por la oxidación de la abrazadera



11



12

Fractura de nervio en su arranque por acción del tirante





13



14

Fractura de la piedra de apoyo por acortamiento del tirante. Arriba incipiente; abajo, completa



15



16

Fracturas incipientes en apoyo de los nervios





17



18

Nervio sin labrar que sustituye al anterior roto (fecha desconocida);  
abajo, arotura del nervio por acción de la brida del tirante



19



20

Nervio roto y reparado precariamente en fecha desconocida





21



22



23



24



25

Desmontaje de pináculo; se pueden ver las uniones entre las piezas



26



27

Arriba nervio roto tras desmontaje del templete; puede verse el tetón de unión. Abajo, clave de unión de los seis nervios, mostrando las cajas para los tetones de los nervios





28



29

Caja de unión de los nervios con el anillo de base



30



31

Nervio desmontado (fotos 19 y 20) mostrando la precaria unión de flexión mediante espiga en la línea neutra





32



33



34

Arriba, nervio reparado para su montaje. Abajo, nervio nuevo para sustituir a un nervio roto



35



36

Sistema de atirantamiento de un templete tras su desmontaje. Nótese la flexión de la brida (36), prueba de la fuerte tracción ejercida sobre la base del nervio





37



38

Templete restaurado, tras la eliminación de los tirantes



39



40

Media naranja de sillería. Abajo, agritamiento típico; arriba, gran pináculo de coronación





41



42

Agrietamiento de cúpula, mostrando grandes deformaciones por deslizamientos anulares y rótulas meridianas. Las grietas meridianas tienen apertura máxima hacia la mitad de la altura de la cúpula





43



44

Vista interior de dos cúpulas, mostrando las grandes grietas de separación de sillares por deslizamiento (sin rotura de sillares)



45



46



47



48

Vista interior de la separación de sillares, con un testigo roto en 48 a los dos meses de su colocación



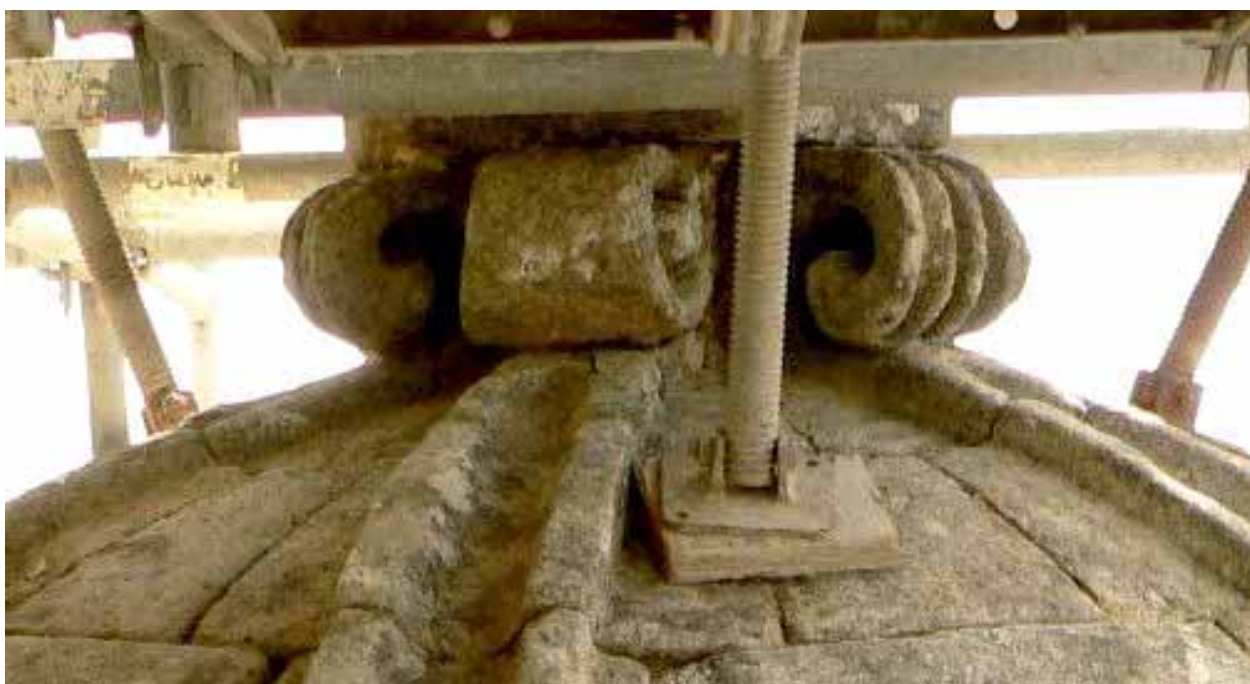


49



50

Apoyo del pináculo; vistas superior e inferior, por el intradós



51



52

Apoyo del pináculo y comienzo de fractura de uno de los nervios del trasdós de la cúpula





53



54



55



56

Grandes movimientos de los bloques por deslizamiento y giro



57



58

Apertura de grieta meridiana hacia fuera, una de las articulaciones que hace el movimiento compatible tras el deslizamiento de los sillares hacia fuera